ЛЕГИОН

8 КЛАСС

ГИА-9

Под редакцией Ф.Ф. Лысенко,
С.Ю. Кулабухова

ГЕОМЕТРИЯ

Самостоятельные работы

Тематические тесты

Тесты для промежуточной аттестации

Справочник

РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ

Учени _____ *класса* ____

_____ *школы* _____

_____

_____

Учебные пособия издательства «Легион» допущены к использованию
в образовательном процессе приказом Минобрнауки России № 729 от 14.12.2009

Учебно-методический комплекс
«Математика. Подготовка к ГИА-9»

Под редакцией Ф.Ф. Лысенко, С.Ю. Кулабухова

ГЕОМЕТРИЯ

8 КЛАСС

- ✓ **Самостоятельные работы**
- ✓ **Тематические тесты**
- ✓ **Тесты для промежуточной аттестации**
- ✓ **Справочник**

Рабочая тетрадь

Учени___ класса _____
_____ школы _____
_____
_____

ТМ
ЛЕГИОН
Ростов-на-Дону
2012

ББК 22.1
М34

Рецензент:

Л. Н. Евич — кандидат физ.-мат. наук.

Г. Л. Нужа — отличник просвещения РФ.

Ольховая Л.С., Коннова Е. Г., Резникова Н. М.

М34 **Геометрия. 8-й класс. Рабочая тетрадь.** : учебно-методическое пособие Под редакцией Ф.Ф. Лысенко, С.Ю. Кулабухова. — Ростов-на-Дону: Легион, 2012. — 144 с. — (ГИА-9)

ISBN 978-5-9966-0289-6

Предлагаемое пособие является частью **учебно-методического комплекса «Математика. Подготовка к ГИА-9»** и дополняет книгу издательства «Легион» «Алгебра. 8 класс. Тематические тесты. Промежуточная аттестация». Оно составлено в формате рабочей тетради, что позволит учащимся поэтапно отработать учебный материал по геометрии, необходимый для подготовки к ГИА. Содержательная часть пособия разработана с учётом положений нового Федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования.

Рабочая тетрадь состоит из четырёх разделов, включающих **самостоятельные работы**, составленные в двух вариантах, и **тематические контрольные работы**, составленные в трёх вариантах (предполагается, что один из вариантов будет либо разобран в классе, либо предложен в качестве домашнего задания). **Итоговая работа** представлена в восьми вариантах и включает в себя задания с выбором ответа, с кратким и развернутым ответами. Такой объем материала даст возможность учителю выбрать необходимое для осуществления контроля обученности количество заданий, их форму и уровень сложности.

Пособие предназначено прежде всего обучающимся восьмых классов, учителям и методистам. Также оно будет полезно девятиклассникам при подготовке к ГИА-9.

Замечания и предложения, касающиеся данной книги, можно присылать по почте или на электронный адрес: legionrus@legionrus.com.

Обсудить пособие, оставить свои замечания и предложения, задать вопросы можно на официальном форуме издательства http://legionrus@rossite.org.

Следите за дополнениями и методическими рекомендациями на сайте издательства www.legionrus.ru в связи с возможными изменениями спецификаций экзаменационных работ, разрабатываемых ФИПИ. (Доступ к материалам сайта свободный.)

ББК 22.1

ISBN 978-5-9966-0289-6

Оглавление

Часть 1. Многоугольники

1.1. Работа № 1

Многоугольник. Сумма углов выпуклого многоугольника

Вариант 1

1. Продолжите предложение.

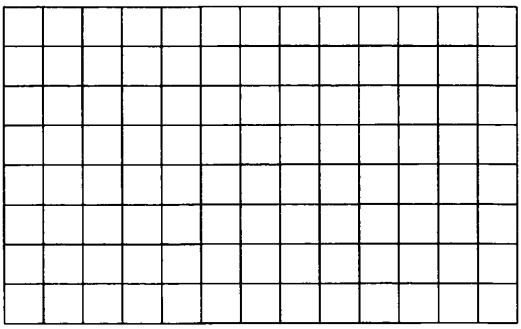
Многоугольником называют _____

_____.

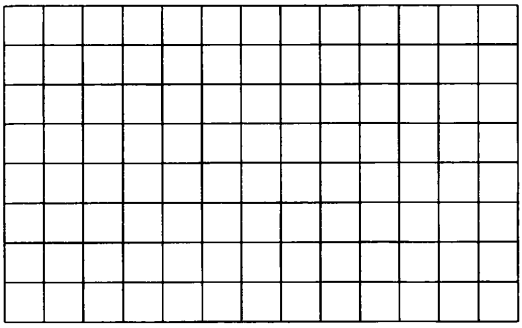
2. Нарисуйте

а) невыпуклый пятиугольник,

б) выпуклый семиугольник.



а)



б)

3. Какие из данных фигур (см. рис. 1) —

а) многоугольники?

б) выпуклые многоугольники?

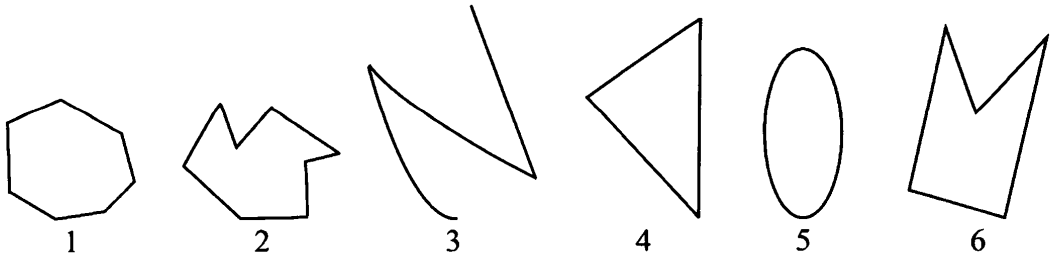


Рис. 1.

В ответ запишите номера фигур.

Ответ: а) _____ б) _____

4. Найдите сумму углов выпуклого 12-угольника.

Запишите решение.

Решение.

_____

_____

_____

_____

_____

Ответ: _____

5. Существует ли выпуклый многоугольник, у которого все углы равны по 108°? Если существует, найдите число его углов.

Запишите решение.

Решение.

_____

_____

_____

_____

_____

Ответ: _____

Вариант 2

1. Продолжите предложение.

Многоугольник называют выпуклым, если он _____

_____.

2. Какие из изображенных на рисунке фигур (см. рис. 2)

а) многоугольники?

б) выпуклые многоугольники?

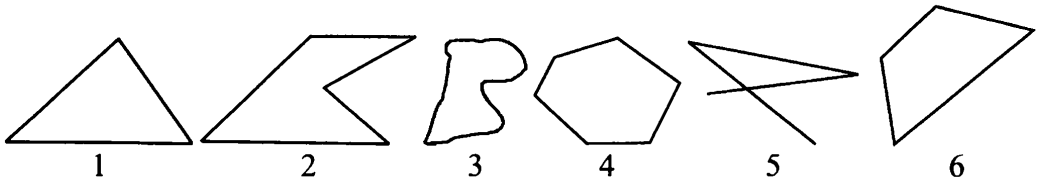


Рис. 2.

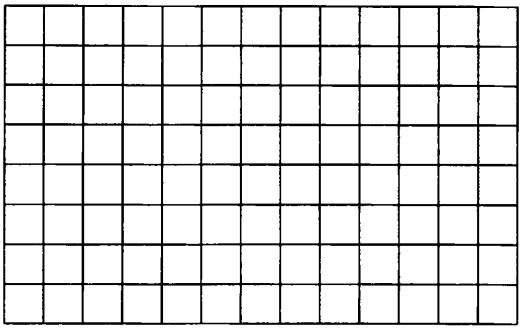
В ответ запишите номера фигур.

Ответ: а) _____ б) _____

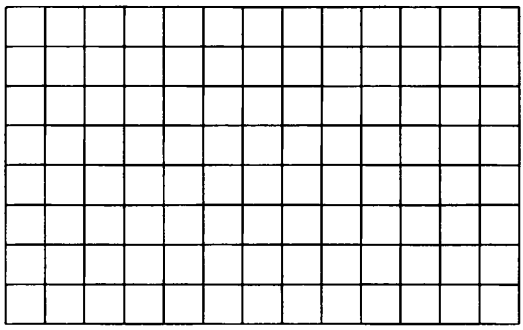
3. Нарисуйте

а) невыпуклый шестиугольник,

б) выпуклый восьмиугольник.



а)



б)

4. Найдите сумму углов выпуклого 22-угольника.

Запишите решение.

Решение.

Ответ: _____

5. Существует ли выпуклый многоугольник, у которого все углы равны по 120°? Если существует, найдите число его углов.

Запишите решение.

Решение.

Ответ: _____

1.2. Работа № 2

Параллелограмм

Вариант 1

1. Продолжите предложения.

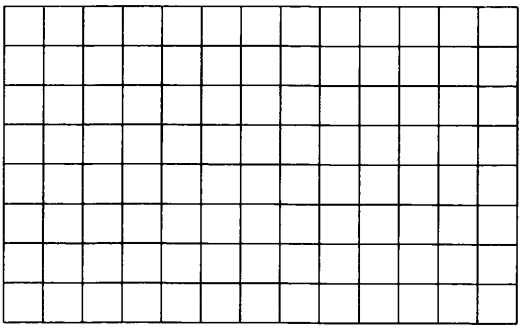
а). Параллелограммом называют _____, у которого противоположные стороны _____.

б). В параллелограмме противоположные углы _____, сумма соседних углов _____.

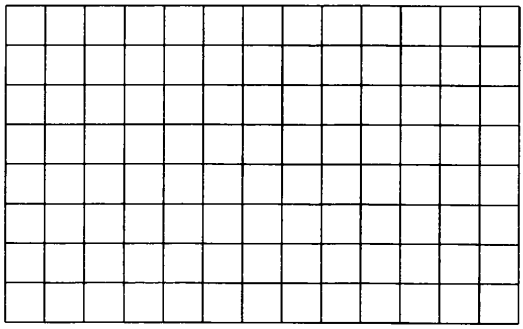
2. Нарисуйте 2 различных параллелограмма и отметьте в каждом из них

а) равные углы и равные стороны;

б) равные отрезки диагоналей.



а)



б)

3. $ABCD$ — параллелограмм (см. рис. 3). $BC = 5$ см, $CD = 3$ см, $\angle A = 46°$.

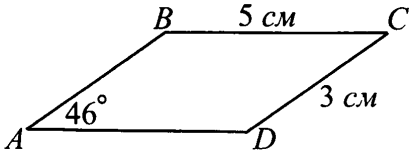


Рис. 3.

Запишите величины:

$AB =$_____ см,

$AD =$_____ см,

$\angle C =$_____,

$\angle D =$_____,

$\angle B =$_____.

Периметр параллелограмма $P_{ABCD} =$_____ см.

4. $MPKT$ — параллелограмм (см. рис. 4). O — точка пересечения диагоналей. $PT = 5$, $PK = 3$, MO=4.

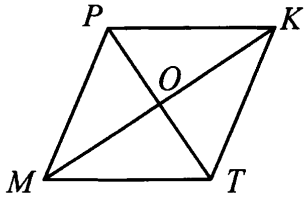


Рис. 4.

Запишите величины:

$OK =$____,

$KM =$____,

$PO =$____,

$P_{MOT} =$____.

5. В параллелограмме $ABCD$ проведена биссектриса AK. $AD = 7$ см, $CD = 6$ см, $AK = 5$ см. Найдите периметр $ADCK$.

Запишите решение.

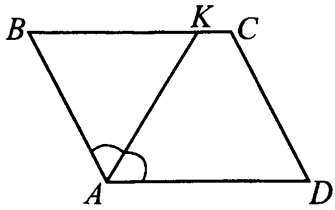


Рис. 5.

Решение.

_____

_____

_____

_____

_____

Ответ: _____

6. Используя данные рисунка 6,

а) укажите параллелограммы.

Ответ: _____

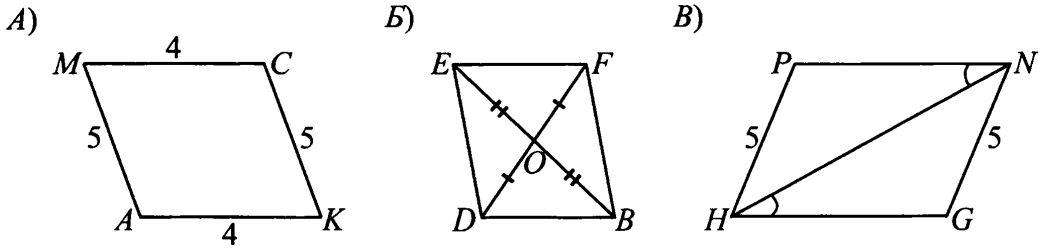


Рис. 6.

б) Докажите, что все указанные вами четырёхугольники — параллелограммы.

Доказательство.

_____

_____

_____

_____

_____

Вариант 2

1. Продолжите предложения.

а) В параллелограмме противоположные углы _____, противоположные стороны _____.

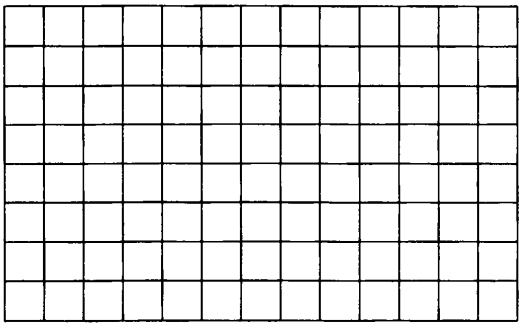
б) В параллелограмме диагонали _____

_____.

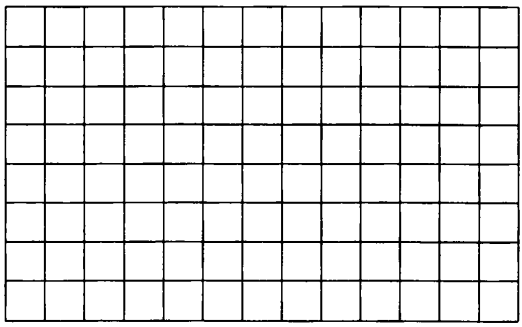
2. Нарисуйте 2 различных параллелограмма и отметьте

а) равные углы и равные стороны;

б) равные отрезки диагоналей.



а)



б)

3. $MPKT$ — параллелограмм (см. рис. 7). $MP = 4$ см, $PK = 7$ см, $\angle M$=112°.

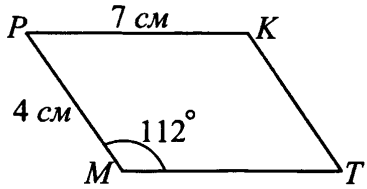


Рис. 7.

Запишите величины:

$TK =$_____ см,

$MT =$_____ см,

$\angle K =$_____,

$\angle P =$_____,

$\angle T =$_____.

Периметр параллелограмма $P_{MPKT} =$_____ см.

4. $ABCD$ — параллелограмм (см. рис. 8). T — точка пересечения диагоналей. $BT = 2$, $AC = 7$, AB=4.

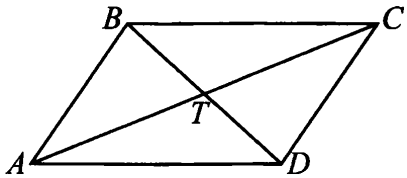


Рис. 8.

Запишите величины:

$TD =$_____,

$CT =$_____,

$BD =$_____,

$AT =$_____.

$P_{CDT} =$_____.

5. В параллелограмме $ABCD$ проведена биссектриса BK (см. рис. 9). $AD = 7$ см, $AB = 8$ см, $BK = 9$ см. Найдите периметр $ADKB$.

Запишите решение.

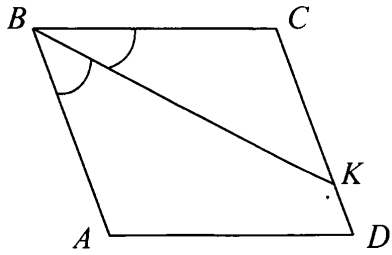


Рис. 9.

Решение.

Ответ: _____

6. Используя данные рисунка 10,

а) укажите параллелограммы.

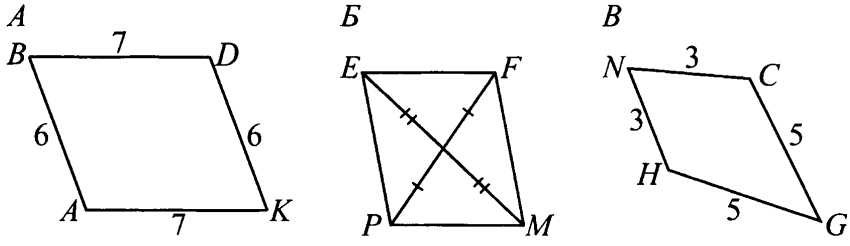


Рис. 10.

Ответ: _____

б) Докажите, что все указанные вами четырёхугольники — параллелограммы.

Доказательство.

1.3. Работа № 3

Прямоугольник и ромб

Вариант 1

1. Продолжите предложения.

а) Прямоугольник — это параллелограмм, у которого _____

_____.

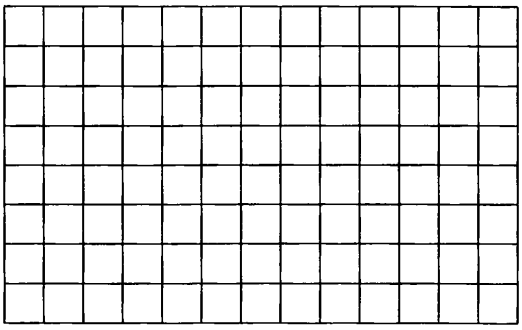
б) Диагонали ромба _____

_____.

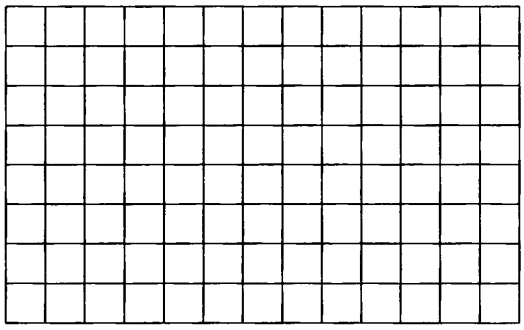
2. Нарисуйте

а) ромб с диагоналями 4 см и 3 см;

б) прямоугольник со сторонами 4 см и 3 см.



а)



б)

3. $ABCD$ — прямоугольник (см. рис. 11). $BA = 3$, $AD = 4$, $BD=5$.

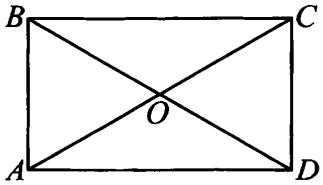


Рис. 11.

Запишите величины:

$CD =$_____,

$CB =$_____,

$AC =$_____,

$P_{AOD} =$_____.

4. $MPKT$ — ромб (см. рис. 12). O — точка пересечения диагоналей. $MP = 25$, $PO = 24$, $MO=7$, $\angle MTO = \beta$.

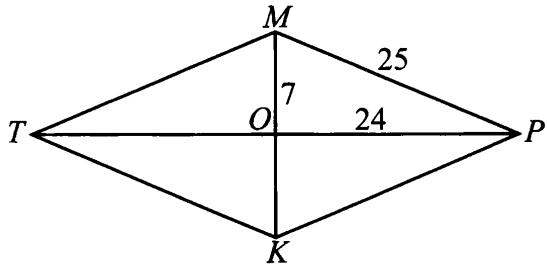


Рис. 12.

Запишите величины:

$P_{MPKT} =$____,

$TP =$____,

$\angle MOP =$____,

$\angle OTK =$____,

$\angle TKP =$____,

$P_{KTO} =$____.

Вариант 2

1. Продолжите предложения.

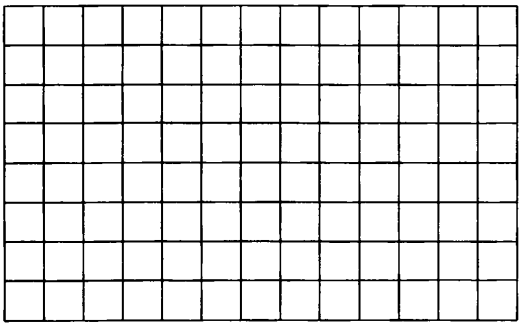
а) Ромб — это параллелограмм, у которого _____.

б) Диагонали прямоугольника _____.

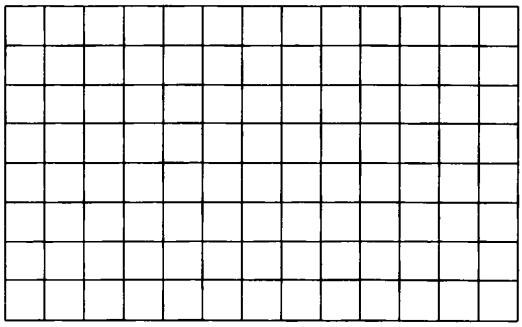
2. Нарисуйте

а) ромб с диагоналями 4 см и 5 см;

б) прямоугольник со сторонами 4 см и 5 см.



а)



б)

3. $MPCK$ — ромб (см. рис. 13). $PK = 6$, $MC = 8$, PC=5.

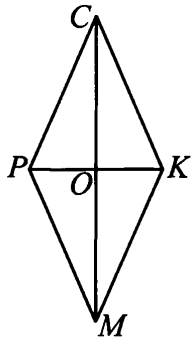


Рис. 13.

Запишите величины:

$PO =$____,

$CO =$____,

$\angle POM =$____,

$P_{MPCK} =$____.

4. $ABEK$ — прямоугольник (см. рис. 14). O — точка пересечения диагоналей. $BK = 50$, $BA = 48$, AK=14, $\angle EBK = \alpha$.

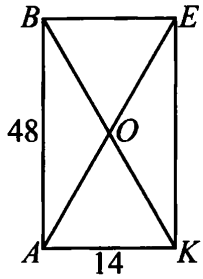


Рис. 14.

Запишите величины:

$AE =$____,

$P_{AEK} =$____,

$\angle ABK =$____,

$\angle BEO =$____

$\angle BOE =$____.

1.4. Работа № 4

Трапеция

Вариант 1

1. Продолжите предложения.

а) Трапеция — это _____, у которого _____

_____.

б) У равнобедренной трапеции боковые стороны _____, углы _

_____.

2. Нарисуйте а) прямоугольную трапецию; б) равнобедренную трапецию;

а) б)

в) у каждой трапеции обозначьте вершины, отметьте и выпишите равные элементы, если они есть.

элементы	а)	б)
стороны		
углы		
диагонали		

3. $ABCD$ — трапеция (см. рис. 15). $\angle A = 48°$, $\angle C = 62°$.

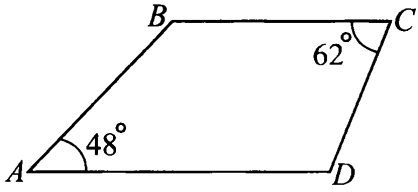


Рис. 15.

Запишите величины:

$\angle B =$____,

$\angle D =$____.

4. $ABCD$ — трапеция (см. рис. 16). $AB = 6$, $BC = 5$, $KD = 3$, $\angle A = 60°$, $BH \perp AD$, $CK \perp AD$.

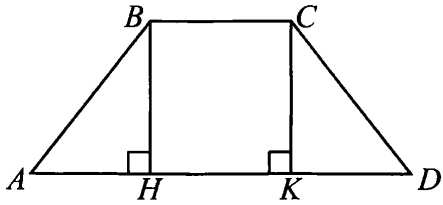


Рис. 16.

а) Как называют отрезок BH?

Ответ: _____

б) Найдите AD и P_{ABCD}.

Запишите решение.

Решение.

_____

_____

_____

_____

_____

Ответ: _____

5. Дана равнобедренная трапеция $MPKT$ с основаниями $MP = 4$, $KT = 10$ и боковой стороной $PK = 7$. Сделайте чертеж, проведите высóты MH и PF.

Найдите и запишите следующие величины:

$MT =$____,

$TH =$____,

$FH =$____,

$FK =$____,

$P_{TMPK} =$____.

6. Запишите градусную меру углов и длины отрезков, используя чертежи трапеций (см. рис. 17).

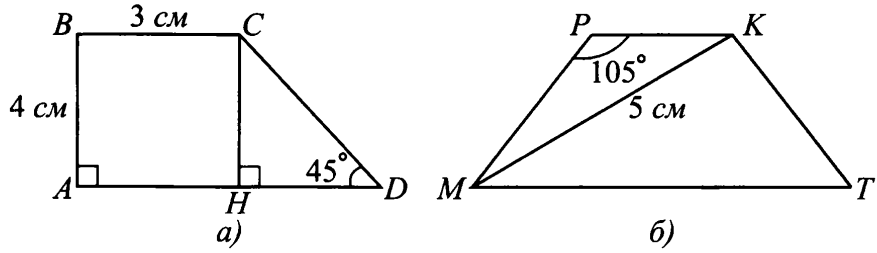


Рис. 17.

а) $ABCD$ — трапеция.

$AH =$____,

$CH =$____,

$DH =$____,

$AD =$____,

$\angle B =$____,

$\angle BCD =$____,

$\angle HCD =$____.

б) $MPKT$ — равнобедренная трапеция.

$PT =$____,

$\angle PKT =$____,

$\angle PMT =$____,

$\angle T =$____.

Вариант 2

1. Продолжите предложения.

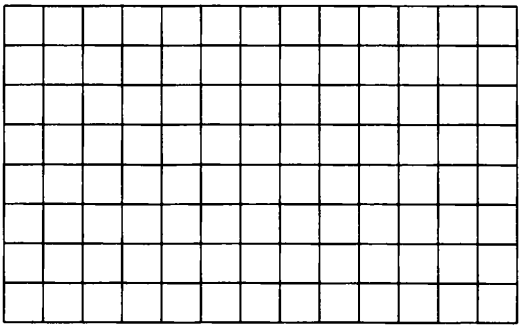
а) Основания трапеции _____.

б) У равнобедренной трапеции диагонали _____.

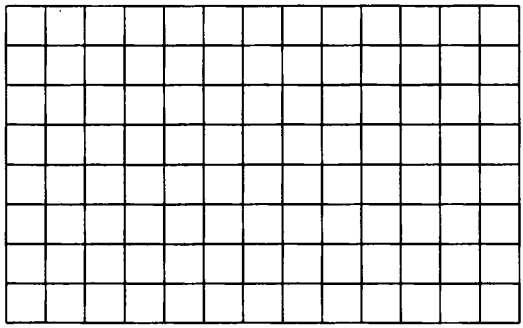
2. Нарисуйте

а) прямоугольную трапецию;

б) равнобедренную трапецию;



а)



б)

в) у каждой трапеции обозначьте вершины, отметьте и выпишите равные элементы, если они есть.

элементы	а)	б)
стороны		
углы		
диагонали		

3. $ABCD$ — трапеция (см. рис. 18). $\angle B = 105°$, $\angle D = 94°$.

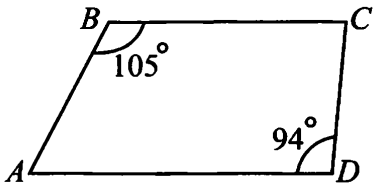


Рис. 18.

Запишите величины:

$\angle A =$_____,

$\angle C =$_____.

4. $MBCP$ — трапеция (см. рис. 19). $BH = 4$, $BC = 5$, $KP=8$, $\angle M = 45°$, $BH \perp MP$, $CK \perp MP$.

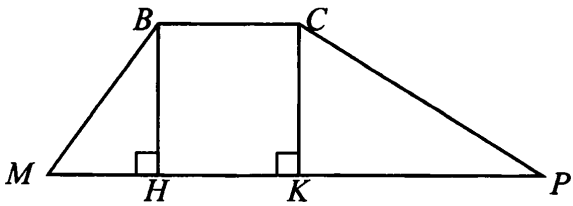


Рис. 19.

а) Как называют CK?

Ответ: _____

б) Найдите MP и P_{HBCK}.

Запишите решение.

Решение.

_____

_____

_____

_____

_____

Ответ: _____

5. Дана равнобедренная трапеция $CDEF$ с основаниями $CD = 6$ и $EF = 14$ и боковой стороной $CF = 9$. Сделайте чертеж, проведите высоты CH и DT.

Найдите и запишите следующие величины:

$DE =$_____,

$TH =$_____,

$FH =$_____,

$TE =$_____,

$P_{CDEF} =$_____.

6. Запишите градусную меру углов и длины отрезков, используя чертежи трапеций (см. рис. 20).

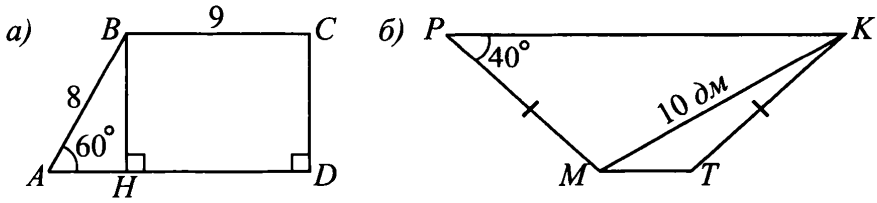


Рис. 20.

а) $ABCD$ — трапеция.

$AH =$____,

$DH =$____,

$AD =$____,

$\angle C =$____,

$\angle ABC =$____,

$\angle ABH =$____.

б) $MPKT$ — равнобедренная трапеция.

$PT =$____,

$\angle PKT =$____,

$\angle PMT =$____,

$\angle T =$____.

1.5. Работа № 5

Квадрат

Вариант 1

1. Нарисуйте квадрат со стороной 2 см и назовите его любыми буквами. Измерьте его диагонали, результаты измерений запишите в тетрадь.

2. $ABCD$ — квадрат (см. рис. 21). Выпишите равные отрезки и углы.

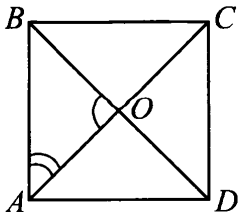


Рис. 21.

$BC =$ ____ $=$ ____ $=$ ____,

$AC =$____,

$BO =$ ____ $=$ ____ $=$ ____,

$\angle BOA =$ _____ $=$ _____ $=$ _____,

$\angle BAC =$ _____ $=$ _____ $=$ _____.

3. Докажите, что $\triangle BCD = \triangle ABC$ (см. рис. 21).

Доказательство.

Вариант 2

1. Нарисуйте квадрат со стороной 3 см и назовите его любыми буквами. Измерьте его диагонали, результаты измерений запишите в тетрадь.

2. $MPKT$ — квадрат (см. рис. 22). Выпишите равные отрезки и углы.

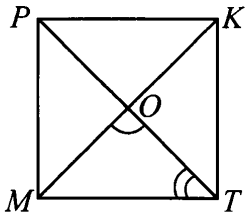


Рис. 22.

$MT =$ _____ $=$ _____ $=$ _____,

$MK =$ _____,

$OT =$ _____ $=$ _____ $=$ _____,

$\angle TOK =$ _____ $=$ _____ $=$ _____,

$\angle MTO =$ _____ $=$ _____ $=$ _____.

3. Докажите, что $\triangle TPK = \triangle MPK$ (см. рис. 22).

Доказательство.

Итоговая работа по теме «Многоугольники»

Вариант 1

Часть 1

1. В параллелограмме стороны равны 3 и 4. Найдите периметр параллелограмма.

1) 14 2) 21 3) 7 4) 18

2. Найдите оставшиеся углы ромба, если один угол равен 60°.

1) 60°; 120°; 120° 2) 115°; 115°; 60°
3) 60°; 150°; 150° 4) 60°; 130°; 130°

3. $ABCD$ — параллелограмм. Найдите его периметр, если периметр $P_{ABD} = 25$ и $BD = 10$.

1) 20 2) 50 3) 40 4) 30

4. В параллелограмме один из углов 45°. Найдите величину угла, противоположного данному.

1) 65° 2) 135° 3) 90° 4) 45°

5. Найдите стороны параллелограмма, если одна сторона в 3 раза меньше другой, а периметр параллелограмма равен 40.

1) 15; 6 2) 15; 5 3) 10; 5 4) 27; 9

Часть 2

6. Основания прямоугольной трапеции равны 12 и 7, один из углов равен 60°. Найдите бóльшую боковую сторону трапеции.

7. Укажите, какие из перечисленных ниже утверждений верны.

1) Если в параллелограмме один из углов прямой, то этот параллелограмм — прямоугольник.

2) Если один из углов ромба 47°, то другой угол 93°.

3) Высоты, проведённые из одной вершины ромба, равны.

4) Если один из углов параллелограмма острый, то и любой другой — острый.

5) Если один из углов равнобедренной трапеции тупой, то противоположный ему угол — острый.

Часть 3

8. Докажите, что диагонали ромба делят его на четыре равных треугольника.

9. Стороны параллелограмма равны 8 и 3. Биссектрисы двух углов, прилежащих к большей стороне, делят противоположную сторону на три части. Найдите длины этих отрезков.

Вариант 2

Часть 1

1. Сторона ромба равна 12. Угол при вершине равен 60°. Найдите противоположную этому углу диагональ ромба.

1) 12 2) 6 3) 5 4) 4

2. Найдите периметр квадрата, если его сторона равна 6.

1) 20 2) 24 3) 26 4) 30

3. В четырёхугольнике сумма двух противоположных углов равна 112°. Найдите сумму остальных углов.

1) 168° 2) 248° 3) 132° 4) 212°

4. В прямоугольной трапеции бóльшая боковая сторона равна 18, угол при большем основании 30°. Найдите меньшую боковую сторону.

1) 10 2) 9 3) 3 4) 5

5. Сумма трёх углов четырёхугольника равна 256°. Найдите четвертый угол.

1) 104° 2) 92° 3) 108° 4) 244°

Часть 2

6. Найдите $\angle A$ и $\angle C$ трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC, если $\angle B = 124°$, $\angle D = 44°$.

7. Укажите, какие из перечисленных ниже утверждений верны.

1) В параллелограмме сумма противоположных углов равна 180°.
2) Углы при основании равнобедренной трапеции равны.
3) Если в параллелограмме диагонали равны, то это прямоугольник.
4) Центр ромба равноудалён от вершин.
5) У выпуклого многоугольника все углы меньше 180°.

Часть 3

8. Докажите, что если два равных отрезка пересекаются в их общей середине, то их концы являются вершинами прямоугольника.

9. Диагональ BD квадрата $ABCD$ равна 15. Прямая, проходящая через точку B и перпендикулярная к BD, пересекает прямые AD и DC соответственно в точках E и F. Найдите длину отрезка EF.

Вариант 3

Часть 1

1. В ромбе один из углов равен 135°, найдите оставшиеся углы ромба.

1) 45°, 135°, 45° 2) 55°, 60°, 125°
3) 45°, 90°, 135° 4) 90°, 45°, 45°

2. Из какого набора отрезков нельзя составить треугольник?

1) 12, 14, 5 2) 13, 19, 6 3) 9, 6, 7 4) 4, 6, 5

3. В параллелограмме один из углов — прямой. Определите, к какому из видов четырёхугольников обязательно относится этот параллелограмм.

1) ромб 2) квадрат
3) трапеция 4) прямоугольник

4. Найдите возможные стороны параллелограмма, если его периметр 42.

1) 8, 8, 3, 3 2) 5, 9, 5, 9 3) 11, 2, 2, 11 4) 9, 12, 9, 12

5. Найдите стороны параллелограмма, если одна из его сторон в 1,5 раза больше другой, а периметр равен 25.

1) 6; 6,5 2) 3,5; 9 3) 5; 7,5 4) 4; 8,5

Часть 2

6. Найдите острый угол ромба, если одна из его диагоналей образует со стороной ромба угол 36°.

7. Укажите, какие из приведённых ниже утверждений верны.

1) Если один из углов равнобедренной трапеции тупой, то он прилежит к меньшему основанию.

2) Если один из углов, прилежащих к одной стороне параллелограмма, тупой, то другой угол, прилежащий к этой стороне, тоже тупой.

3) Если $\angle ABC = 78°$, $\angle CDE = 102°$, то эти углы вертикальные.

4) Если периметр параллелограмма равен 20 и диагональ разделяет параллелограмм на два треугольника, то периметр каждого из них равен $20 : 2 = 10$.

5) У выпуклого многоугольника все углы меньше 180°.

Часть 3

8. Докажите, что если в параллелограмме диагональ является биссектрисой, то параллелограмм — ромб.

9. Периметр параллелограмма $ABCD$ равен 56, $AB = 12$. Какую сторону параллелограмма пересечёт биссектриса угла A? Найдите длины отрезков, на которые разбивается эта сторона при таком пересечении.

Часть 2. Площадь

2.1. Работа № 1

Площадь квадрата и прямоугольника

Вариант 1

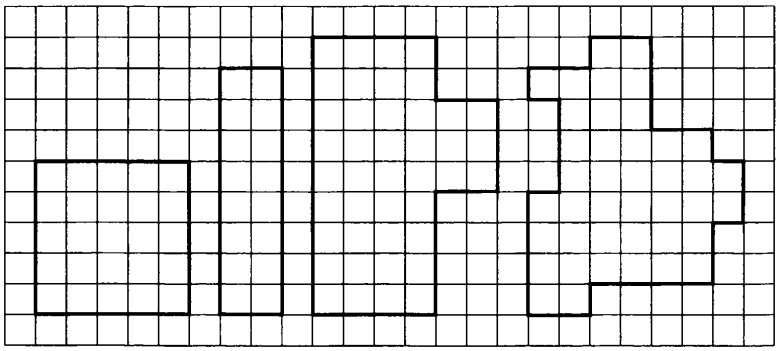
1. Продолжите предложения.

а) Если фигуры равны, то их площади _____.

б) Площадь квадрата равна _____

_____.

2. Найдите площади фигур, изображенных на рисунке 23. Сторона квадратной клетки равна 1.



$S =$ $S =$ $S =$ $S =$

Рис. 23.

3. Найдите площадь прямоугольника со сторонами 2 см и 15 мм.

Решение.

_____

_____

_____

_____

_____

Ответ: _____

4. Найдите периметр квадрата, площадь которого равна площади прямоугольника со сторонами 3, 2 см и 5 см.

Запишите решение.

Решение.

Ответ: _____

5. Нарисуйте 3 различных прямоугольника площадью 6 см^2, считая сторону клетки равной 0,5 см.

Вариант 2

1. Продолжите предложения.

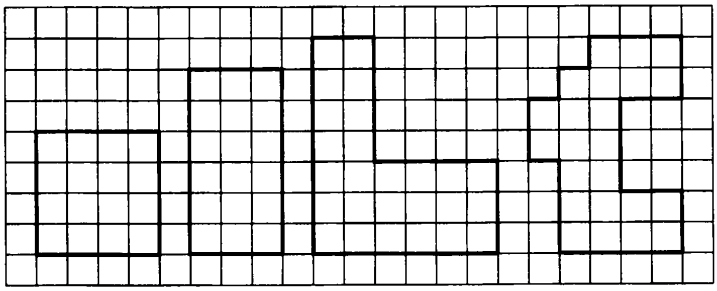
а) Если фигура состоит из нескольких фигур, то её площадь _____.

б) Площадь прямоугольника равна _____.

2. Найдите площади фигур, изображенных на рисунке 24. Сторона квадратной клетки равна 1.

3. Найдите площадь прямоугольника со сторонами 2 см и 15 дм.

Запишите решение.



$S =$ $S =$ $S =$ $S =$

Рис. 24.

Решение.

Ответ: _____

4. Найдите периметр прямоугольника, одна сторона которого равна 2 см, а площадь равна площади квадрата со стороной 7 см.

Запишите решение.

Решение.

Ответ: _____

5. Нарисуйте 3 различных прямоугольника площадью 12 см^2, считая сторону клетки равной 0,5 см.

2.2. Работа № 2

Площадь параллелограмма

Вариант 1

1. Продолжите предложение.

Площадь параллелограмма равна _____

_____.

2. В параллелограмме со сторонами a и b (см. рис. 25) проведены две высоты h_1 и h_2.

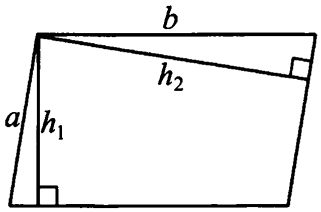


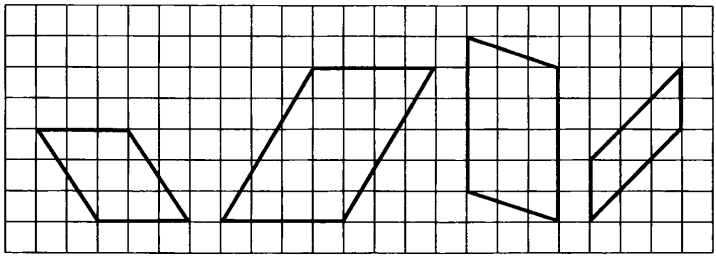
Рис. 25.

Запишите формулу площади параллелограмма двумя способами.

$S =$_____,

$S =$_____.

3. Найдите площади параллелограммов, изображенных на рисунке 26. Сторона квадратной клетки равна 1. Проведите высоту в каждом из этих параллелограммов.



$S =$ $S =$ $S =$ $S =$

Рис. 26.

4. Высота параллелограмма $ABCD$, проведённая из вершины B к стороне AD, делит её на отрезки 3 см и 2 см, $\angle A = 45°$. Найдите площадь $ABCD$. Рассмотрите все возможные случаи.

Запишите решение.

Решение.

Ответ: _____

Вариант 2

1. Продолжите предложение.

Площадь параллелограмма равна _____

_____.

2. В параллелограмме со сторонами a и b (см. рис. 27) проведены две высоты h_1 и h_2.

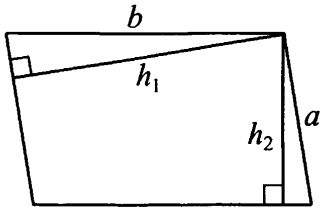


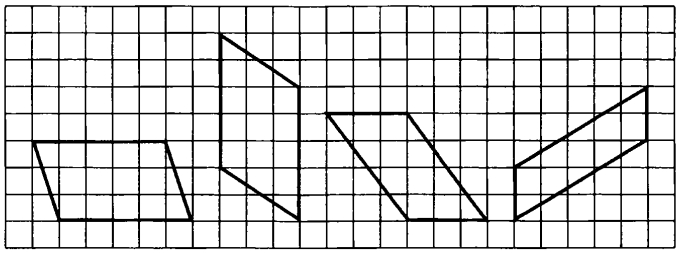
Рис. 27.

Запишите формулу площади параллелограмма двумя способами.

$S =$_____,

$S =$_____.

3. Найдите площади параллелограммов, изображённых на рисунке 28. Сторона квадратной клетки равна 1. Проведите высоту в каждом из этих параллелограммов.



$S =$ $S =$ $S =$ $S =$

Рис. 28.

4. В параллелограмме $ABCD$ стороны равны 6 см и 8 см, $\angle A = 30°$. Найдите площадь $ABCD$. Рассмотрите все возможные случаи.

Запишите решение.

Решение.

_____

_____

_____

_____

_____

Ответ: _____

2.3. Работа № 3

Площадь треугольника

Вариант 1

1. Продолжите предложения.

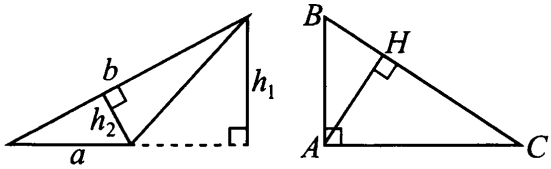
а) Площадь треугольника равна _____

_____.

б) Площадь прямоугольного треугольника равна _____

_____.

2. Запишите формулы для площади треугольника двумя способами (см. рис. 29).



$S =$ $S =$

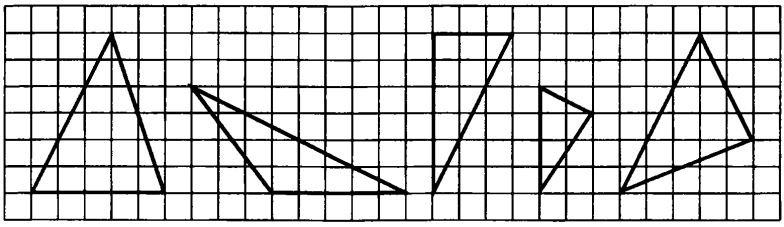
$S =$ $S =$

Рис. 29.

3. Найдите площади фигур, изображенных на рисунке 30. Сторона квадратной клетки равна 1.

4. Найдите площадь треугольника MPK, используя данные рисунка 31. Проведите высоту к стороне PK из точки M. Найдите её длину.

Запишите решение. Рассмотрите все возможные случаи.



$S =$ $S =$ $S =$ $S =$ $S =$

Рис. 30.

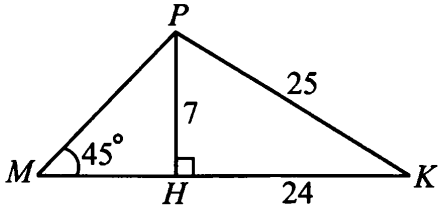


Рис. 31.

Решение.

Ответ: _____

Вариант 2

1. Продолжите предложения.

а) Площадь треугольника равна _____.

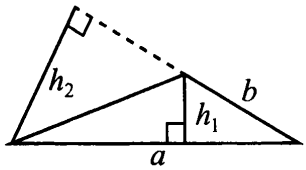
б) Произведение катетов прямоугольного треугольника равно произведению гипотенузы на _____.

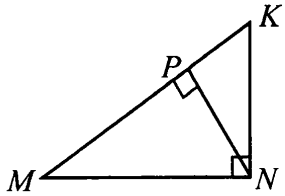
2. Запишите формулы площади треугольников двумя способами (см. рис. 32).

3. Найдите площади фигур, изображенных на рисунке 33. Сторона квадратной клетки равна 1.

4. Найдите площадь треугольника MPK, используя данные рисунка 34. Проведите высоту к стороне MK из точки P. Найдите её длину.

Запишите решение.

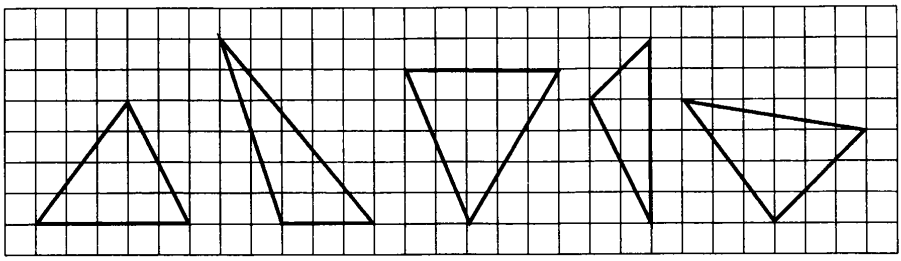




$S =$ $S =$

$S =$ $S =$

Рис. 32.



$S =$ $S =$ $S =$ $S =$ $S =$

Рис. 33.

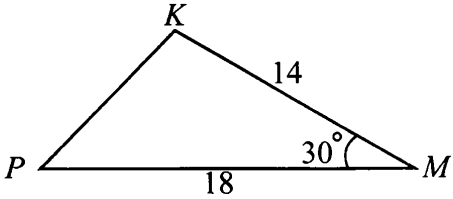


Рис. 34.

Решение.

Ответ: _____

2.4. Работа № 4

Площадь ромба

Вариант 1

1. Продолжите предложения.

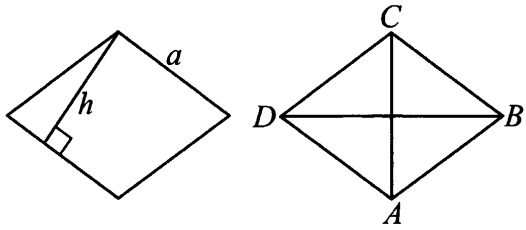
а) Если известны сторона и высота ромба, то его площадь можно найти как _____

_____.

б) Если известны диагонали ромба, то его площадь можно найти как _____

_____.

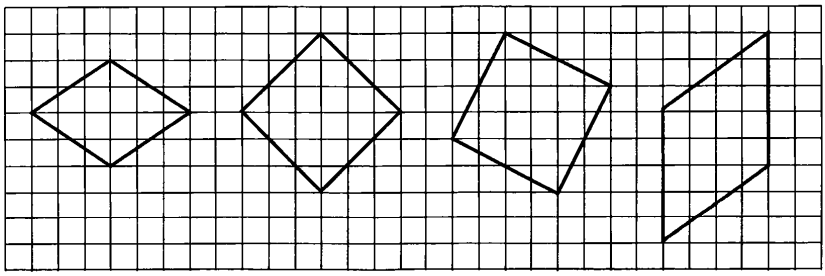
2. Напишите формулу площади ромба двумя способами (см. рис. 35).



$S =$ $S =$

Рис. 35.

3. Найдите площади фигур, изображенных на рисунке 36. Сторона квадратной клетки равна 1.



$S=$ $S=$ $S=$ $S=$

Рис. 36.

4. В ромбе $ABCD$ диагонали равны 12 см и 16 см, а высота равна 9,6 см. Найдите площадь ромба и его сторону.

Запишите решение.

Решение.

_____

_____

_____

_____

_____

Ответ: _____

Вариант 2

1. Продолжите предложения.

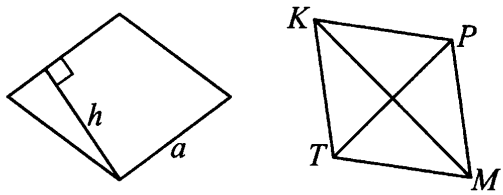
а) Если известны сторона и высота ромба, то его площадь можно найти как _____

_____.

б) Если известны диагонали ромба, то его площадь можно найти как _____

_____.

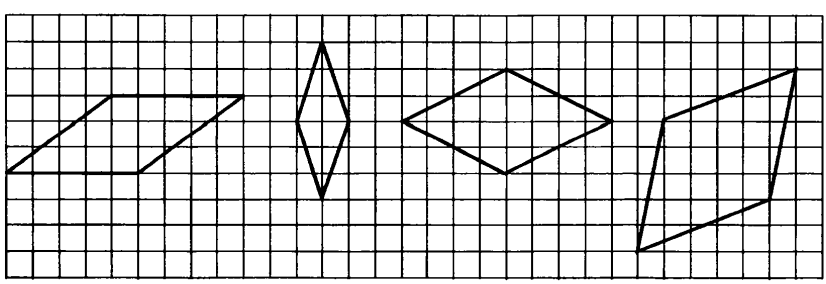
2. Напишите формулу площади ромба двумя способами (см. рис. 37).



$S =$ $S =$

Рис. 37.

3. Найдите площади фигур, изображенных на рисунке 38. Сторона квадратной клетки равна 1.



$S=$ $S=$ $S=$ $S=$

Рис. 38.

4. В ромбе $MPKT$ диагонали равны 48 и 14 см, а высота равна 25 см. Найдите площадь ромба и его сторону.

Запишите решение.

Решение.

_____

_____

_____

_____

_____

Ответ: _____

2.5. Работа № 5

Площадь трапеции

Вариант 1

1. Продолжите предложение.

Площадь трапеции равна _____

_____.

2. Напишите формулу площади трапеции (см. рис. 39).

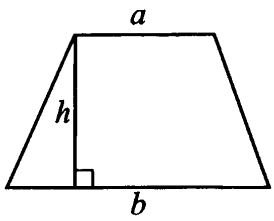


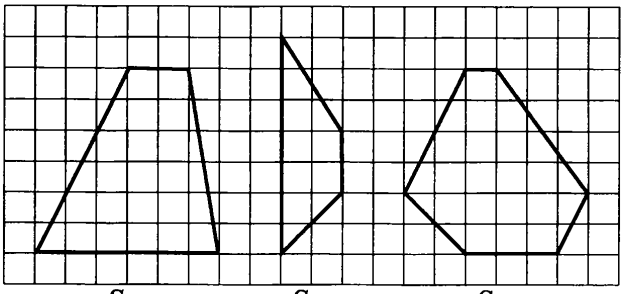
Рис. 39.

$S =$_____.

3. Найдите площади фигур, изображенных на рисунке 40. Сторона квадратной клетки равна 1.

4. В равнобедренной трапеции $ABCD$ основания AB и CD равны 8 см и 12 см соответственно, один из уголов равен 135°. Найдите площадь трапеции.

Запишите решение.



$S =$ $S =$ $S =$

Рис. 40.

Решение.

Ответ: _____

Вариант 2

1. Продолжите предложение.

Площадь трапеции равна _____

_____.

2. Напишите формулу площади трапеции (см. рис. 41).

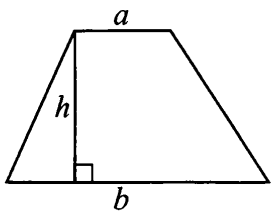
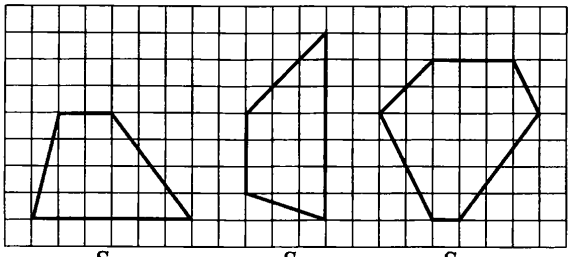


Рис. 41.

$S =$_____.

3. Найдите площади фигур, изображенных на рисунке 42. Сторона квадратной клетки равна 1.

4. В прямоугольной трапеции $ABCD$ меньшее основание BC равно меньшей боковой стороне AB, большее основание равно 7, $CD = 5$. Найдите площадь трапеции, если периметр $ABCD$ равен 20 см.



$S =$ $S =$ $S =$

Рис. 42.

Запишите решение.

Решение.

Ответ: _____

2.6. Работа № 6

Теорема Пифагора

Вариант 1

1. Продолжите предложение.

Теорема Пифагора. В прямоугольном треугольнике сумма _____ _____.

2. Запишите теорему Пифагора для треугольника MPK, если $\angle P = 90°$. Найдите KM, если $PK = 8$, $PM = 6$.

Запишите решение.

Решение.

Ответ: _____

3. Найдите площадь параллелограмма $MTKP$, если его диагональ TP перпендикулярна стороне MP, $MP = 5$, $MT = 13$ (см. рис. 43).

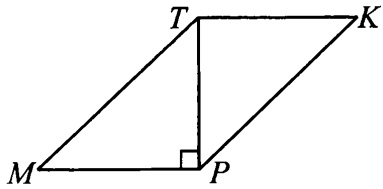
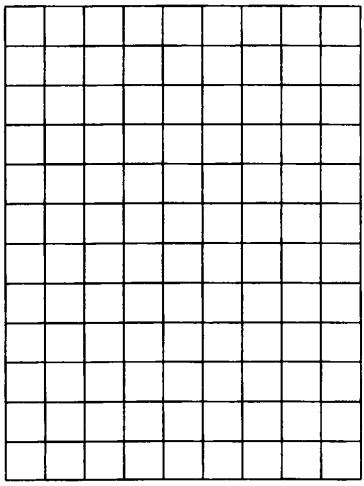


Рис. 43.

Решение.

Ответ: _____

4. Площадь ромба равна 336 см^2, а одна из диагоналей на 34 см больше другой. Найдите диагонали и периметр ромба. Сделайте чертёж и запишите решение.



Решение.

Ответ: _____

Вариант 2

1. Продолжите предложение.

Теорема, обратная теореме Пифагора. Если в треугольнике сумма _____

_____.

2. Запишите теорему Пифагора для треугольника ABC, если $\angle B = 90°$. Найдите AC, если $AB = 12$, $BC = 5$.

Запишите решение.

Решение.

_____

_____

_____

_____

_____

Ответ: _____

3. Найдите площадь параллелограмма $AMRT$, если его высота, проведённая из вершины M к стороне TR, делит её на отрезки 2 и 3, считая от вершины T, а $MR = 5$ (см. рис. 44).

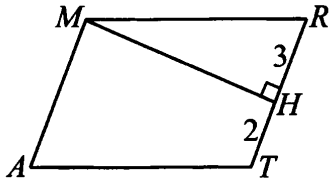


Рис. 44.

Решение.

_____

_____

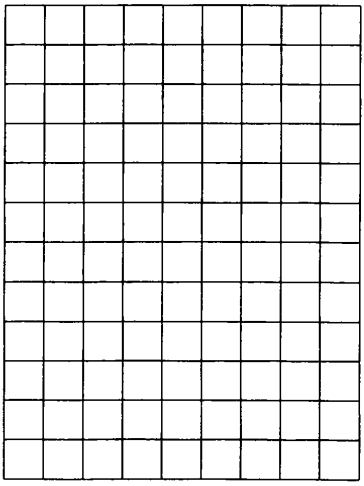
_____

_____

_____

Ответ: _____

4. Площадь ромба равна 240 см^2, а одна из диагоналей на 14 см меньше другой. Найдите диагонали и периметр ромба. Сделайте чертёж и запишите решение.



Решение.

Ответ: _____

Итоговая работа по теме «Площадь»

Вариант 1

Часть 1

1. Найдите сторону квадрата, если его площадь 64 см^2.

1) 12 см 2) 18 см 3) 21 см 4) 8 см

2. Высота параллелограмма равна 5, а сторона, к которой она проведена, равна 12. Найдите площадь параллелограмма.

1) 120 2) 30 3) 60 4) 34

3. Найдите площадь прямоугольного треугольника, если его катеты равны 4 и 3.

1) 6 2) 12 3) 18 4) 24

4. Найдите площадь трапеции, если её основания равны 9 и 13, а высота равна 5.

1) 55 2) 110 3) 22 4) 65

5. Найдите площадь ромба, если его сторона равна 7, а высота равна 4.

1) 14 2) 28 3) 56 4) 32

Часть 2

6. Найдите площадь ромба, если его диагонали равны 8 и 14.

7. Укажите номера верных утверждений.

1) Равные многоугольники имеют равные площади.

2) Площадь прямоугольника равна половине произведения двух его сторон.

3) Площадь ромба равна половине произведения его диагоналей.

4) Квадрат стороны четырёхугольника есть его площадь.

5) Площадь треугольника равна половине произведения основания на высоту, проведённую к ней.

Часть 3

8. В выпуклом четырёхугольнике диагонали взаимно перпендикулярны. Докажите, что площадь выпуклого четырёхугольника равна половине произведения его диагоналей.

9. Высоты параллелограмма равны 6 см и 4 см. Периметр равен 36 см. Найдите площадь параллелограмма.

Вариант 2

Часть 1

1. Найдите сторону квадрата, если его площадь равна 16 см^2. Ответ укажите в сантиметрах.

1) 8 2) 2 3) 4 4) 10

2. Найдите площадь параллелограмма, если его сторона равна 7 см, а высота, проведённая к этой стороне, равна 5 см. Ответ дайте в см^2.

1) 12 2) 35 3) 70 4) 24

3. Найдите площадь трапеции, если её основания равны 7 и 13, а высота — 5.

1) 50 2) 25 3) 30 4) 60

4. Найдите площадь ромба, если его диагонали равны 2 и 7.

1) 42 2) 7 3) 14 4) 28

5. Найдите площадь равнобедренного треугольника, если его основание равно 8, а боковая сторона равна 5.

1) 10 2) 12 3) 20 4) 6

Часть 2

6. Найдите сторону квадрата, если его площадь равна площади прямоугольника со сторонами 7 и 28.

7. Укажите номера верных утверждений.

1) Если высоты двух треугольников равны, то их площади относятся как основания.

2) Площадь параллелограмма равна половине произведения двух сторон.

3) Квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

4) Площадь трапеции равна произведению суммы оснований на высоту.

5) Площадь треугольника равна половине произведения основания на высоту, проведённую к этому основанию.

Часть 3

8. Докажите, что площадь квадрата, имеющего сторону, равную катету равнобедренного прямоугольного треугольника, вдвое больше площади квадрата со стороной, равной высоте, проведенной к гипотенузе данного треугольника.

9. Диагонали равнобедренной трапеции взаимно перпендикулярны, а сумма ее оснований равна 18. Найдите площадь трапеции.

Вариант 3

Часть 1

1. Найдите сторону квадрата, равновеликого прямоугольнику со сторонами 12 см и 3 см. Ответ дайте в см.

1) 6 2) 4 3) 9 4) другой ответ

2. Найдите площадь ромба с диагоналями, равными 6 и 9.

1) 36 2) 27 3) 54 4) другой ответ

3. Найдите площадь прямоугольника, если площадь четырёхугольника, вершинами которого являются середины сторон прямоугольника, равна 15.

1) 30 2) 15 3) 60 4) другой ответ

4. Найдите площадь прямоугольной трапеции, если её меньшая боковая сторона равна 5, а полусумма оснований равна 11.

1) 55 2) 110 3) 45 4) другой ответ

5. Найдите площадь параллелограмма, если его стороны равны 8 и 5, а один из углов 30°.

1) 15 2) 10 3) 40 4) 20

Часть 2

6. Две стороны треугольника соответственно равны 6 и 7. Высота, проведённая к меньшей из этих сторон, равна 14. Найдите высоту, проведённую к бóльшей стороне.

7. Укажите номера верных утверждений.

1) Если высоты треугольников равны, то их площади относятся как основания.

2) Площадь треугольника равна произведению основания на высоту.

3) Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов.

4) Высота параллелограмма равна частному от деления площади параллелограмма на одну из сторон.

5) Площадь трапеции равна произведению полусуммы оснований на высоту.

Часть 3

8. Докажите, что медиана треугольника делит его на два треугольника, равные по площади.

9. Один из углов равнобедренной трапеции равен 135°, а высота, проведенная из вершины этого угла, делит большее основание на отрезки длиной 5 см и 12 см. Найдите площадь трапеции.

Часть 3. Подобие

3.1. Работа № 1

Пропорциональные отрезки, теорема о биссектрисе

Вариант 1

1. Продолжите предложения.

а) Пропорциональные отрезки — это такие отрезки, из которых можно _____.

б) Биссектриса треугольника делит сторону _____.

2. Проверьте, пропорциональны ли отрезки (см. рис. 45). Если да, запишите пропорцию.

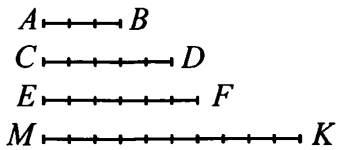


Рис. 45.

$\frac{AB}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$.

3. Отрезки AB и MK пропорциональны отрезкам CD и PT. Запишите пропорцию.

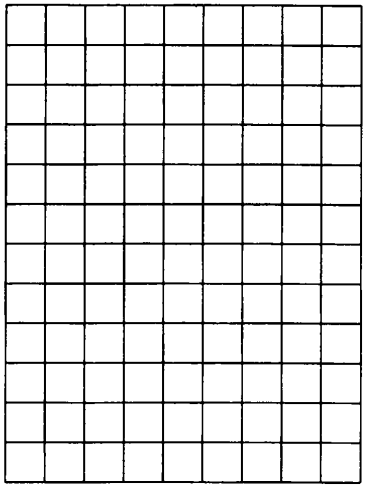
$\frac{AB}{CD} = \frac{\dots}{\dots}$.

Найдите PT, если $AB = 9$, $MK = 8$, $CD = 6$.

$PT =$_____.

4. Дан треугольник ABC со сторонами $AB = 3$ см, $BC = 2$ см, $CA = 4$ см. Найдите отрезки, на которые биссектриса BD делит сторону CA.

Сделайте чертеж и запишите решение.



Решение.

Ответ: _____

Вариант 2

1. Продолжите предложения.

а) Пропорциональные отрезки — это отрезки, отношения которых _____.

б) Биссектриса треугольника делит сторону _____.

2. Проверьте, пропорциональны ли отрезки (см. рис. 46). Если да, запишите пропорцию.

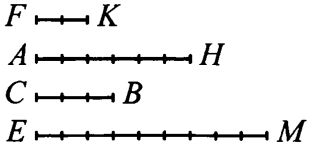


Рис. 46.

$\frac{FK}{\cdots} = \frac{\cdots}{\cdots}$.

3. Отрезки AB и MK пропорциональны отрезкам OD и RT. Запишите пропорцию.

$\frac{AB}{OD} = \frac{\cdots}{\cdots}$

Найдите MK, если $AB = 7$, $RT = 10$, $OD = 6$.

$MK =$_____.

4. Дан треугольник ABC со сторонами $AB = 3$ см, $BC = 2$ см, $CA = 4$ см. Найдите отрезки, на которые биссектриса CD делит сторону AB.

Сделайте чертеж и запишите решение.

Решение.

Ответ: _____

3.2. Работа № 2

Подобные треугольники

Вариант 1

1. Продолжите предложения.

а) В подобных треугольниках соответственные углы _____, а сходственные (лежащие против равных углов) стороны _____.

б) В подобных треугольниках против пропорциональных отрезков лежат _____ углы.

2. На рисунке 47 изображены подобные треугольники.

1) Запишите, что треугольники подобны _____.

2) Запишите равенство отношений сходственных сторон

$$\frac{AB}{\dots} = \frac{BC}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} = k.$$

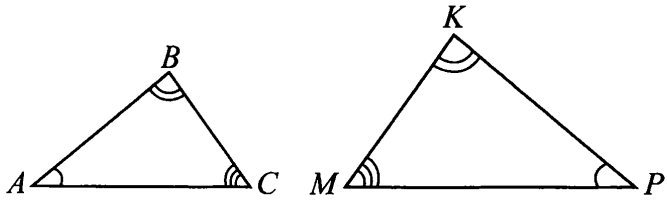


Рис. 47.

3) Что обозначает k?

Ответ: _____

3. Запишите признаки подобия треугольников.

1) Если два угла _____

_____,

то _____.

2) Если две стороны _____

_____.

3) Если три стороны _____

_____.

4. Найдите на рисунке 48 подобные треугольники и докажите, что они подобны. Необходимые для доказательства обозначения напишите на рисунках самостоятельно.

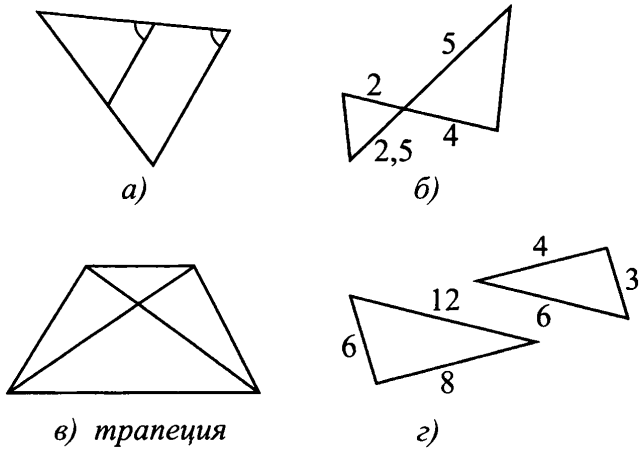


Рис. 48.

Доказательство.

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

Вариант 2

1. Продолжите предложения.

а) В подобных треугольниках соответственные углы _____, а сходственные (лежащие против равных углов) стороны _____.

б) В подобных треугольниках против пропорциональных отрезков лежат _____ углы.

2. На рисунке 49 изображены подобные треугольники.

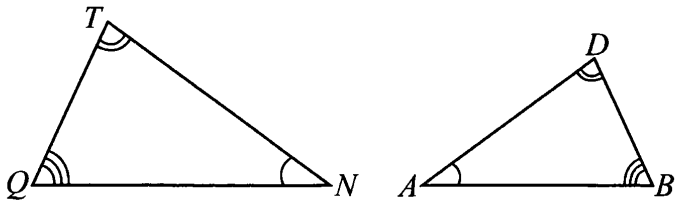


Рис. 49.

1) Запишите, что треугольники подобны _____

_____.

2) Запишите равенство отношений сходственных сторон

$$\frac{QT}{\dots} = \frac{TN}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} = k.$$

3) Что обозначает k?

Ответ: _____

3. Запишите признаки подобия треугольников.

1) Если два угла _____

_____,

то _____.

2) Если две стороны _____

_____.

3) Если три стороны _____

_____.

4. Найдите на рисунке 50 подобные треугольники и докажите, что они подобны. Необходимые для доказательства обозначения напишите на рисунках самостоятельно.

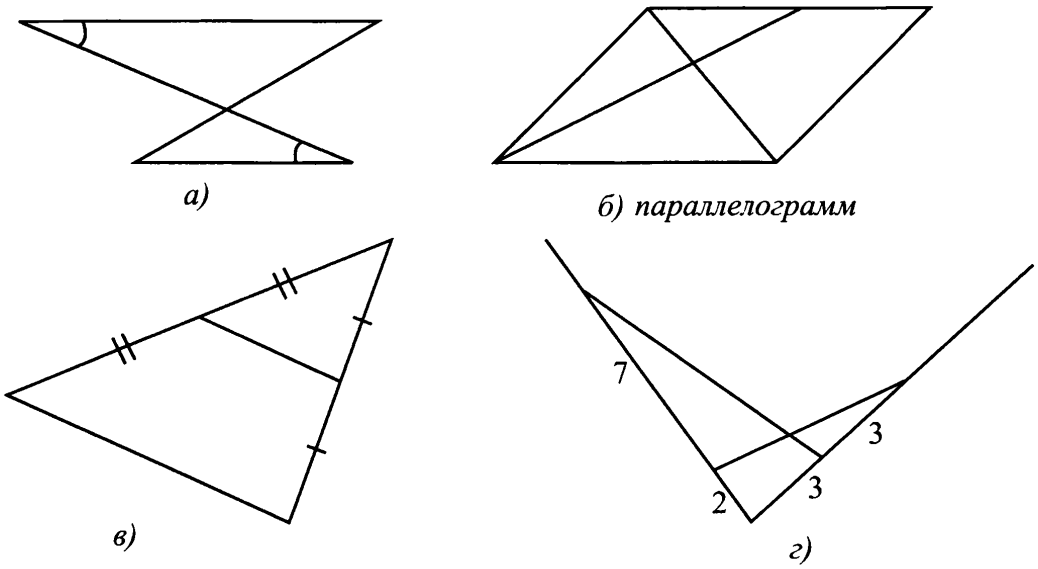


Рис. 50.

Доказательство.

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

3.3. Работа № 3

Отношение площадей и периметров подобных треугольников, задачи на подобие

Вариант 1

1. Продолжите предложения.

а) Площади подобных треугольников относятся как _____

_____.

б) $\triangle_1 \sim \triangle_2 \Rightarrow \dfrac{P_1}{P_2} =$ _____, где P_1 и P_2 — периметры соответствующих треугольников.

2. $\triangle ABC \sim \triangle MPK$, $\angle A = \angle M$, $\angle B = \angle P$, $AB = 6$, $MP = 18$. Сделайте схематический чертеж, отметьте на нём равные углы.

Запишите равенство отношений сходственных сторон

$$\frac{AB}{\cdots} = \frac{BC}{\cdots} = \frac{\cdots}{\cdots} = k.$$

Напишите, чему равны следующие величины:

$k =$_____,

$\dfrac{AC}{MK} =$_____,

$\dfrac{S_{ABC}}{S_{MPK}} =$_____,

$\dfrac{P_{ABC}}{P_{MPK}} =$_____.

3. Найдите высоту здания (в метрах), длина солнечной тени которого равна 27 м, а солнечная тень человека ростом 1 м 60 см равна 2 м 40 см (см. рис. 51).

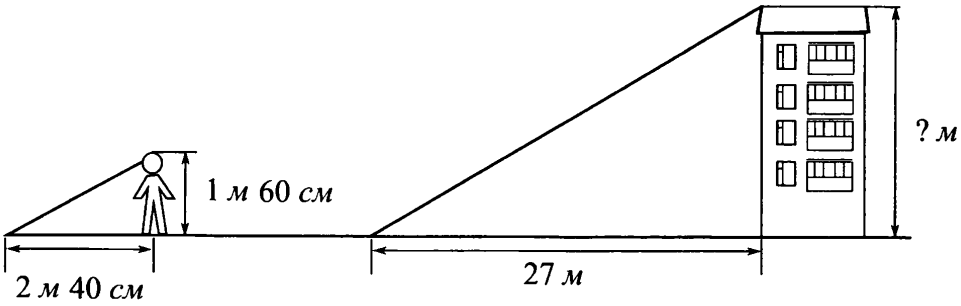


Рис. 51.

Решение.

Ответ: _____

4. Найдите ширину реки (CB), если, выполнив некоторые измерения на одном берегу реки ($AB = 5$ м, $AD = 12$ м, $AM = 3$ м), можно построить два подобных треугольника ACD и ABM (см. рис. 52).

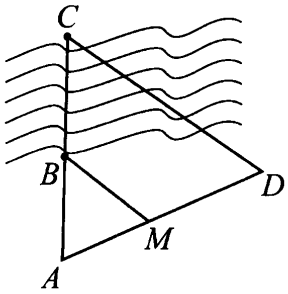


Рис. 52.

Решение.

Ответ: _____

Вариант 2

1. Продолжите предложения.

а) Периметры подобных треугольников относятся как _____

_____.

б) $\triangle_1 \sim \triangle_2 \Rightarrow \dfrac{S_1}{S_2} =$ _____, где S_1 и S_2 — площади соответствующих треугольников.

2. $\triangle ABC \sim \triangle TOR$, $\angle A = \angle T$, $\angle B = \angle O$, $AB = 12$, $TO = 3$. Сделайте чертеж, отметьте на нём равные углы.

Запишите равенство отношений сходственных сторон

$$\frac{AB}{\dots} = \frac{BC}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} = k.$$

Напишите, чему равны следующие величины:

$k =$_____,

$\dfrac{AC}{TR} =$_____,

$\dfrac{S_{ABC}}{S_{TOR}} =$_____,

$\dfrac{P_{ABC}}{P_{TOR}} =$_____.

3. Проектор полностью освещает экран A высотой 1 м, расположенный на расстоянии 2 м от проектора (см. рис. 53). Какой наибольшей высоты (в метрах) может быть экран B, чтобы его можно было расположить на расстоянии 5 м от проектора и он был полностью освещён, если экран A расположен на наименьшем возможном расстоянии от проектора, и при этом он полностью освещён? Настройки проектора не меняются.

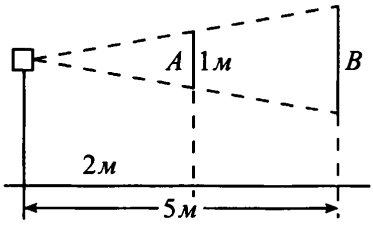


Рис. 53.

Решение.

Ответ: _____

4. Дерево высотой 8,8 м отбрасывает тень. Оно полностью заслоняет от солнца дерево высотой 4 м, находящееся от него на расстоянии 6 м, как показано на рисунке 54. Определите, на какое расстояние отбрасывает тень большее дерево. Ответ дайте в метрах.

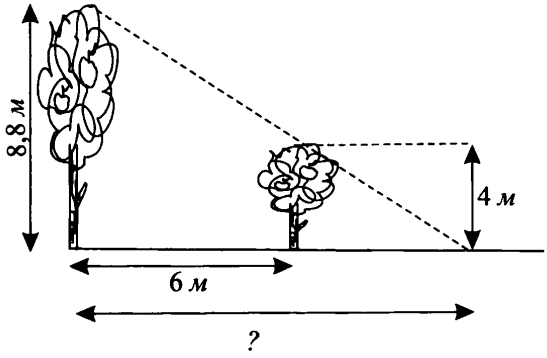


Рис. 54.

Решение.

Ответ: _____

3.4. Работа № 4

Теорема Фалеса. Теорема о пропорциональных отрезках

Вариант 1

1. Продолжите предложения.

а) Если стороны угла пересечены параллельными прямыми, то _____
_____.

б) Если $AB = BC$ и $AM \parallel BP \parallel CK$ (см. рис. 55), то _____
_____.

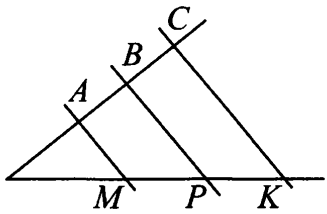


Рис. 55.

2. $AM \parallel BP \parallel CN \parallel TD$.

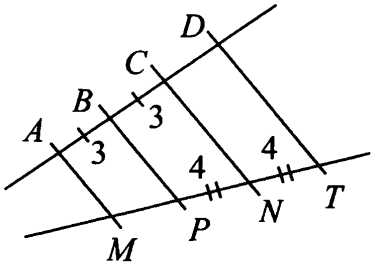


Рис. 56.

Используя данные рисунка 56, запишите

$CD =$_____,

$MP =$_____.

3. Продолжения боковых сторон трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O, $KT \parallel BC$, $BK = 4$, $AK = 3$, $CT = 8$, $OC = 12$ (см. рис. 57). Найдите DT и OB.

$DT =$_____,

$OB =$_____.

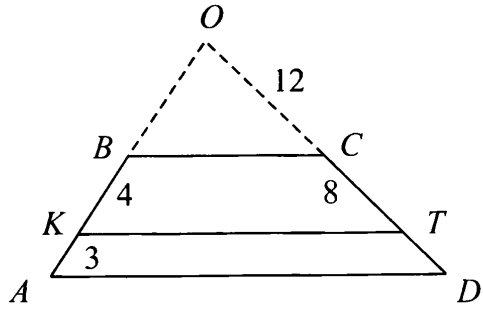


Рис. 57.

4. $AD \parallel EF$, $CB = 45$, $CF{:}FD{:}DB = 3{:}4{:}2$, $BE = 12$, $AC = 52$ (см. рис. 58). Найдите FD, EO, OB, CE, EA.

Запишите решение.

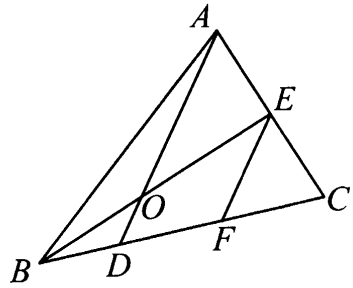


Рис. 58.

Решение.

Ответ: _____

Вариант 2

1. Продолжите предложения.

а) Теорема Фалеса. Если на одной прямой отложены равные отрезки и через их концы проведены _____

_____.

б) Если $AM \parallel BP \parallel CK$ (см. рис. 59), то $\frac{AB}{MP} = \frac{\cdots}{\cdots}$.

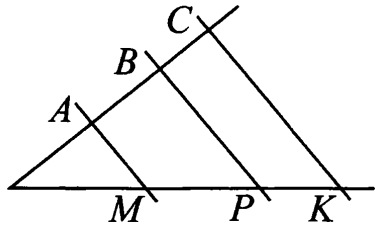


Рис. 59.

2. $AM \parallel BP \parallel CN \parallel CD$.

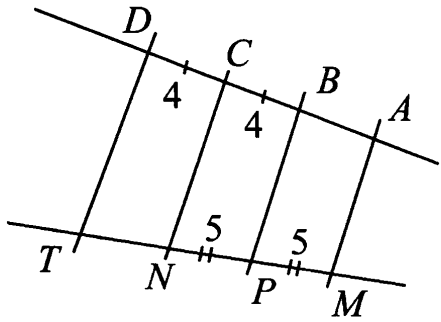


Рис. 60.

Используя данные рисунка 60, запишите

$AB =$_____,

$TN =$_____.

3. $MPKT$ — трапеция, $MT \parallel BC$, продолжения боковых сторон пересекаются в точке точке O, $PO = 4$, $PB = 5$, $KC = 15$, $CT = 6$ (см. рис. 61).

Найдите

$BM =$_____,

$OK =$_____.

4. $AP \parallel CB$, $MK = 36$, $MO = 6$, $PK = 30$, $MA{:}AB{:}BK = 2{:}3{:}7$. Найдите MA, OC, PC, CK (см. рис. 62).

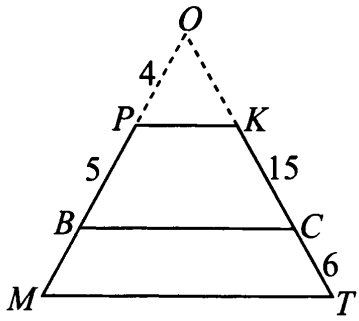


Рис. 61.

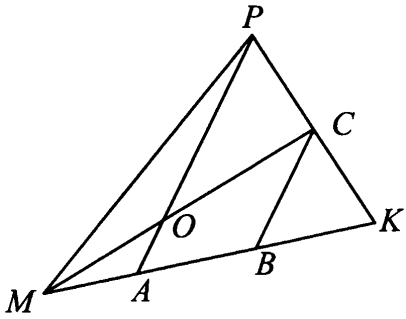


Рис. 62.

Запишите решение.

Решение.

Ответ: _____

3.5. Работа № 5

Средняя линия треугольника

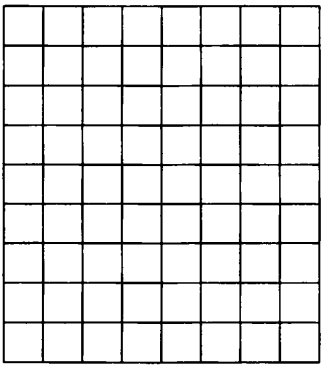
Вариант 1

1. Продолжите предложение.

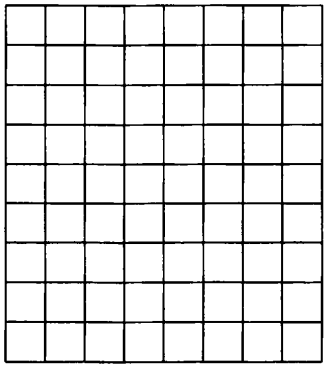
Средняя линия треугольника — _____

_____.

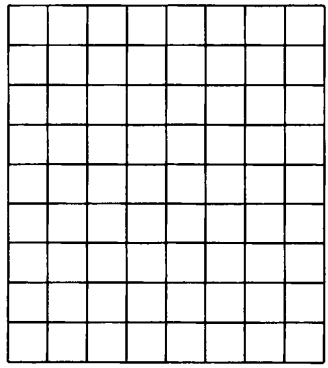
2. Начертите а) остроугольный, б) прямоугольный, в) тупоугольный треугольники, проведите в них по 3 средних линии, измерьте длины сторон и средних линий и запишите результаты измерений на чертежах.



а)



б)



в)

3. Используя рисунок 63, найдите указанные величины.

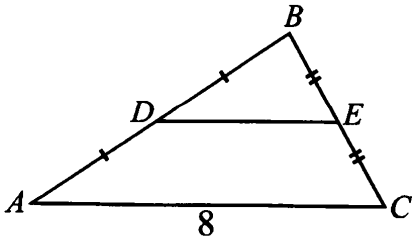
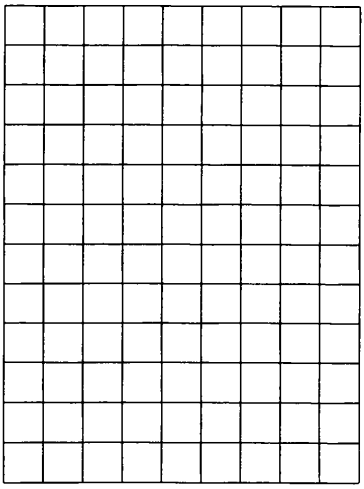


Рис. 63.

$DE =$_____.

Если $S_{DBE} = 7$, то $S_{ABC} =$_____.

4. Докажите, что 3 средние линии треугольника делят его на 4 равных треугольника.



Дано:

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

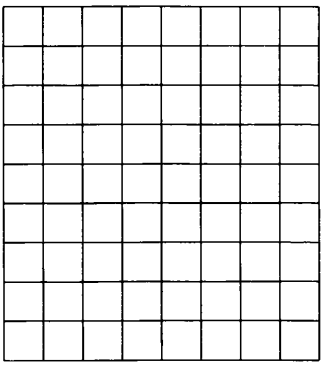
Вариант 2

1. Продолжите предложение.

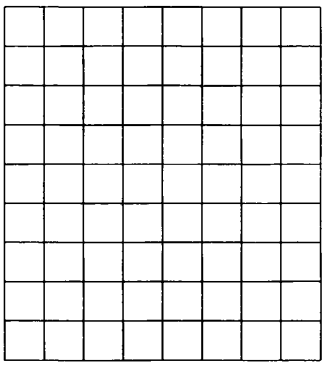
Средняя линия треугольника _____одной из сторон и равна _____

_____.

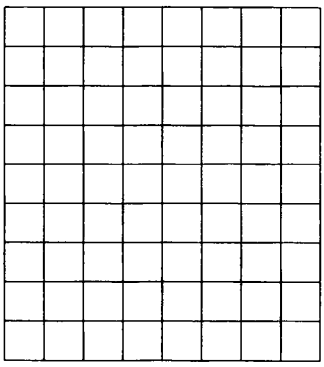
2. Нарисуйте а) остроугольный, б) прямоугольный, в) тупоугольный треугольники, проведите в них по 3 средних линии, измерьте длины сторон и средних линий и запишите результаты измерений на чертежах.



а)



б)



в)

3. Используя рисунок 64, найдите указанные величины.

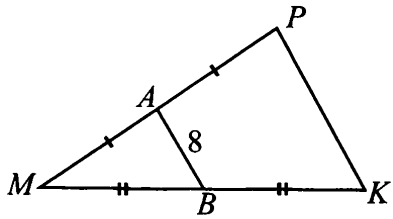
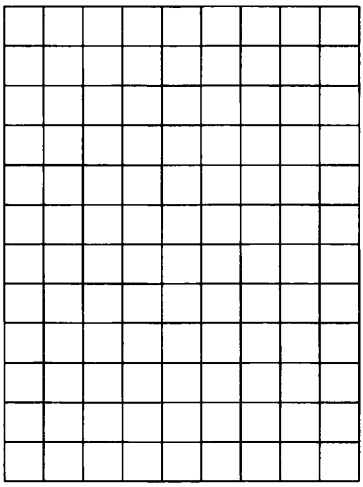


Рис. 64.

$PK =$_____.

Если $S_{MPK} = 20$, то $S_{MAB} =$_____.

4. Докажите, что средняя линия треугольника делит его на треугольник и трапецию, площади которых относятся как 1 : 3.



Дано:

3.6. Работа № 6

Медианы треугольника

Вариант 1

1. Продолжите предложения.

а) Медиана — это _____

_____.

б) Все медианы треугольника пересекаются _____ и делятся _____.

2. В $\triangle ABC$ AA_1, BB_1, CC_1 — медианы. Дополните чертёж (см. рис. 65), проведя третью медиану.

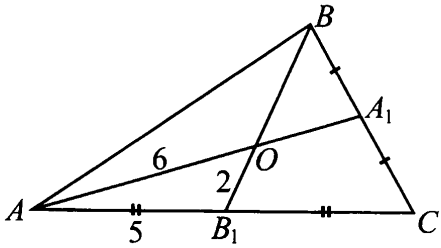


Рис. 65.

Запишите указанные величины:

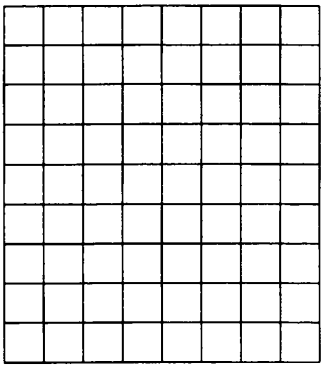
$AC =$_____,

$OB =$_____,

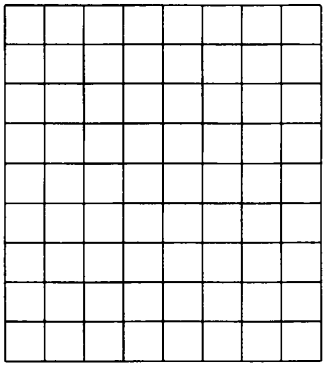
$OA_1 =$_____,

$BB_1 =$_____.

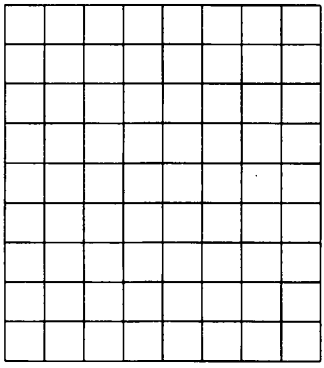
3. Нарисуйте а) остроугольный, б) прямоугольный, в) тупоугольный треугольники, проведите в них все медианы.



а)



б)



в)

4. В треугольнике MPK медианы MA и PB пересекаются в точке O, $MK = 12$ см, $MA = 9$ см. Выполните чертёж и найдите

а) P_{MOB}, если $PO > PB$ на 4 см;

б) S_{MOB}, если $S_{MPK} = S$.

Решение.

Ответ: а) _____ б) _____

Вариант 2

1. Продолжите предложения.

а) Медиана — это _____

_____.

б) Все медианы треугольника пересекаются _____ и делятся _____.

2. В $\triangle ABC$ AA_1, BB_1, CC_1 — медианы. Дополните чертеж (см. рис. 66), проведя третью медиану.

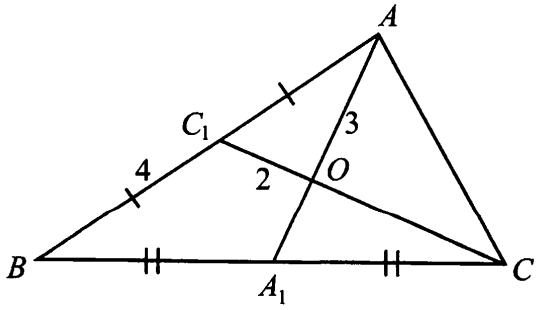


Рис. 66.

Запишите указанные величины:

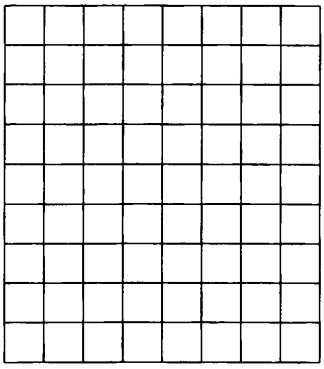
$AB =$_____,

$OC =$_____,

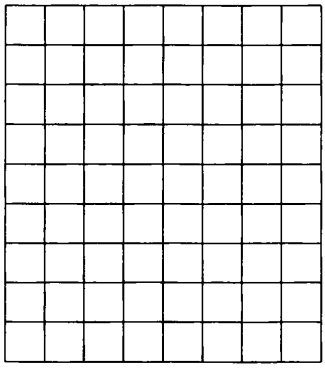
$OA_1 =$_____,

$AA_1 =$_____.

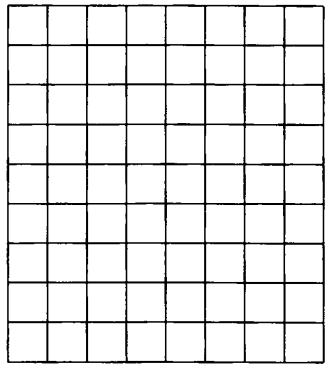
3. Нарисуйте а) остроугольный, б) прямоугольный, в) тупоугольный треугольники, проведите в них все медианы.



а)



б)

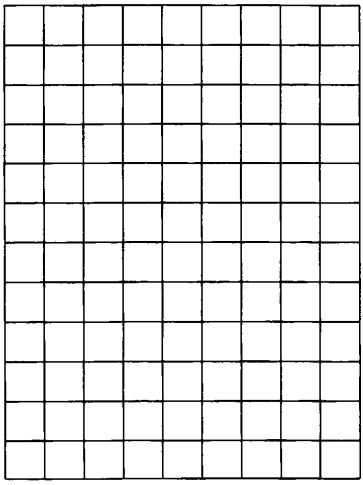


в)

4. В треугольнике MPK медианы MB и PA пересекаются в точке O, $PK = 20$ см, $MB = 18$ см. Выполните чертёж и найдите

а) P_{AOP}, если $BO < PO$ на 4 см;

б) S_{POM}, если $S_{MPK} = S$.



Решение.

Ответ: а) _____ б) _____

3.7. Работа № 7

Пропорциональные отрезки в прямоугольных треугольниках

Вариант 1

1. Продолжите предложения.

а) Высота прямоугольного треугольника, проведённая к гипотенузе, делит _____

_____.

б) Синусом острого угла прямоугольного треугольника называется _____

_____.

2. Начертите прямоугольный треугольник ABC, проведите в нём высоту к гипотенузе, отметьте равные углы и запишите пары получившихся подобных треугольников.

3. Найдите среднее геометрическое чисел a и b, если $a = 4$, $b = 49$.

Ответ: _____

4. По рисунку 67 запишите условие и найдите x, y и h.

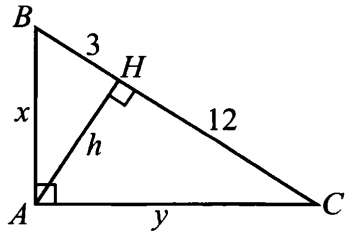


Рис. 67.

Дано:

Найти:

Решение.

_____

_____

_____

_____

_____

Ответ: _____

5. В треугольнике MPK $\angle K = 90°$, $MP = 25$, $MK = 7$. Сделайте чертёж. Найдите PK. Запишите, чему равны

PK=_____,

$\sin M$ =_____, $\cos M$ =_____, $\operatorname{tg} M$ =_____,

$\sin P$ =_____, $\cos P$ =_____, $\operatorname{tg} P$ =_____.

Вариант 2

1. Продолжите предложения.

а) Среднее геометрическое двух чисел a и b _____

_____.

б) Косинусом острого угла прямоугольного треугольника называется ____

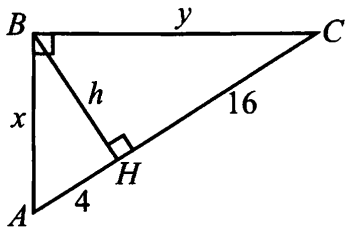
_____.

2. Начертите прямоугольный треугольник MPK, проведите в нём высоту к гипотенузе, отметьте равные углы и запишите пары получившихся подобных треугольников.

3. Найдите среднее геометрическое чисел a и b, если $a = 2$, $b = 72$.

Ответ: _____

4. По рисунку 68 запишите условие и найдите x, y и h.



Дано:

Найти:

Рис. 68.

Решение.

Ответ: _____

5. В треугольнике MPK $\angle M = 90°$, $MP = 7$, $MK = 24$. Сделайте чертеж.

Запишите, чему равны

PK=____; $\sin P$ =____, $\cos P$ =____, $\operatorname{tg} P$ =____; $\sin K$ =____, $\cos K$ =____, $\operatorname{tg} K$ =____.

Итоговая работа по теме «Подобие»

Вариант 1

Часть 1

1. Известно, что для сторон $\triangle ABC$ и $\triangle MNP$ верно равенство $\frac{AC}{MN} = \frac{BC}{NP} = \frac{AB}{PM}$. Выберите верную запись.

1) $\angle ABC = \angle PMN$ 2) $\angle ABC = \angle MPN$
3) $\angle ABC = \angle NMP$ 4) $\angle ABC = \angle PNM$

2. Известно, что $\triangle ABC \sim \triangle DEF$, $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$. Найдите $\angle E$, если $\angle A = 74°$, $\angle C = 47°$.

1) 44° 2) 59° 3) 121° 4) другой ответ

3. Бóльшая сторона треугольника равна 18. Найдите остальные стороны треугольника, если стороны подобного ему треугольника равны 4, 6, 9.

1) 6, 3 2) 5, 9 3) 8, 12 4) другой ответ

4. Стороны треугольника равны 7, 13, 8. Найдите стороны другого треугольника, подобного данному, если его периметр равен 56.

1) 14, 26, 16 2) 15, 18, 23 3) 14, 20, 24 4) другой ответ

5. Найдите стороны треугольника ABC, если он подобен треугольнику $A_1B_1C_1$ со сторонами 8, 16, 18, и $S_{ABC}:S_{A_1B_1C_1} = 1:4$.

1) 2; 4; 4,5 2) 16; 32; 36 3) 4; 8; 9 4) 2; 8; 9

Часть 2

6. Четырёхугольник $ABCD$ — трапеция ($BC \parallel AD$), O — точка пересечения диагоналей. Найдите BO и OD, если $BC = 3$, $AD = 5$, $BD = 24$.

7. Укажите номера верных утверждений.

1) Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники равны.

2) Любые два равнобедренных треугольника подобны.

3) Отношение сходственных сторон треугольников есть коэффициент подобия.

4) Диагональ трапеции делит её на две подобные фигуры.

5) Если три стороны одного треугольника пропорциональны трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники подобны.

Часть 3

8. Докажите, что четырёхугольник, вершинами которого являются середины сторон прямоугольника, является ромбом.

9. Длины сторон треугольника пропорциональны числам 4; 7; 9. Наибольшая сторона превосходит наименьшую на 10 см. Найдите периметр треугольника. Ответ выразите в сантиметрах.

Вариант 2

Часть 1

1. Известно, что для сторон $\triangle MKL$ и $\triangle ABC$ верно равенство $\frac{MK}{AB} = \frac{LK}{CB} = \frac{ML}{AC}$. Выберите верную запись.

1) $\angle KLM = \angle ACB$ 2) $\angle KML = \angle BCA$

3) $\angle MKL = \angle ACB$ 4) $\angle MKL = \angle BAC$

2. Известно, что $\triangle ABC \sim \triangle DEF$, $\frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DE}$. Найдите $\angle A$, если $\angle E = 35°$, $\angle F = 111°$.

1) 146° 2) 34° 3) 76° 4) другой ответ

3. Меньшая сторона треугольника равна 5. Найдите остальные стороны этого треугольника, если стороны подобного ему треугольника равны 10, 12, 14.

1) 6, 7 2) 9, 3 3) 5, 8 4) другой ответ

4. Стороны треугольника равны 5, 6, 7. Найдите стороны другого треугольника, подобного данному, если его периметр равен 54.

1) 10, 11, 12 2) 10, 12, 14 3) 15, 18, 21 4) другой ответ

5. Стороны треугольника ABC относятся к сторонам треугольника $A_1B_1C_1$ как 2 : 3. Найдите отношение площадей этих треугольников.

1) 1 : 9 2) 2 : 6 3) 4 : 6 4) 4 : 9

Часть 2

6. Четырёхугольник $ABCD$ — трапеция ($BC \parallel AD$), O — точка пересечения диагоналей. Найдите AO и AC, если $BC = 10$, $AD = 24$, $OC = 15$.

7. Укажите номера верных утверждений.

1) Медиана равнобедренного треугольника, проведённая к основанию, делит основание на части, пропорциональные боковым сторонам треугольника.

2) Отношение площадей подобных треугольников равно коэффициенту подобия.

3) Отношение периметров подобных треугольников равно коэффициенту подобия.

4) Средняя линия треугольника параллельна одной из его сторон и равна половине этой стороны.

5) Медианы треугольника **не** пересекаются в одной точке.

Часть 3

8. Докажите, что середины сторон четырёхугольника являются вершинами параллелограмма.

9. Длины сторон треугольника пропорциональны числам 5; 9; 11. Наибольшая сторона превосходит наименьшую на 18 см. Найдите периметр треугольника. Ответ выразите в сантиметрах.

Вариант 3

Часть 1

1. Известно, что $\triangle ABC \sim \triangle MNP$, $\dfrac{AB}{MP} = \dfrac{AC}{MN}$. Выберите верную запись.

1) $\dfrac{AB}{NP} = \dfrac{CB}{MN}$ 2) $\dfrac{AC}{MN} = \dfrac{BC}{NP}$ 3) $\dfrac{AB}{MN} = \dfrac{AC}{MP}$ 4) $\dfrac{BC}{MP} = \dfrac{AC}{MN}$

2. Известно, что $\triangle ABC \sim \triangle DEF$, $\dfrac{AB}{DE} = \dfrac{AC}{DF} = \dfrac{BC}{EF}$. Найдите $\angle D$, если $\angle A = 83°$, $\angle B = 35°$.

1) 83° 2) 35° 3) 62° 4) 112°

3. Стороны треугольника равны 7, 11, 15. Найдите стороны подобного ему треугольника, если его периметр равен 99.

1) 21; 33; 45 2) 44; 20; 35 3) 47; 19; 33 4) 21; 32; 46

4. Меньшая сторона треугольника равна 7. Найдите остальные стороны этого треугольника, если стороны подобного ему треугольника равны 14, 17, 20.

1) 8,5; 10 2) 7; 9 3) 8; 11 4) 5; 12

5. Найдите площадь треугольника ABC, если $\triangle ABC$ подобен $\triangle A_1B_1C_1$, площадь треугольника $A_1B_1C_1$ равна 12, а коэффициент подобия равен $\frac{1}{2}$.

1) 24 2) 48 3) 3 4) 6

Часть 2

6. Сходственные стороны подобных треугольников равны 10 и 8. Найдите площадь большего треугольника, если площадь меньшего треугольника равна 125.

7. Укажите номера верных утверждений.

1) Любое положительное число можно считать коэффициентом подобия двух данных фигур.

2) Квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

3) Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны.

4) Если две стороны одного треугольника соответственно пропорциональны двум сторонам другого, то треугольники подобны.

5) Любые два квадрата подобны.

Часть 3

8. Докажите, что треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ подобны, если $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = \frac{BD}{B_1D_1}$, где BD и B_1D_1 — медианы треугольников.

9. Биссектрисы AD и BE треугольника ABC пересекаются в точке O. Найдите отношение $OE : OB$, если $AB = 10$ см, $BC = 6$ см, $AC = 14$ см.

Часть 4. Окружность

4.1. Работа № 1

Взаимное расположение окружности и прямой

Вариант 1

1. Продолжите предложения.

а) Окружностью называют _____

_____.

б) Диаметром называют _____

_____.

в) Если расстояние от прямой до центра окружности больше радиуса ____

_____.

2. Соотнесите названия и обозначенные элементы (см. рис. 69).

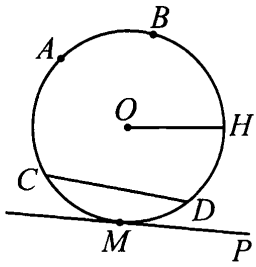


Рис. 69.

1) AB	А) радиус
2) OH	Б) дуга
3) CD	В) касательная
4) MP	Г) хорда

А	Б	В	Г

3. Постройте 2 окружности с общим центром, радиусы которых равны $R = 2$ см, $r = 1{,}5$ см. Проведите 4 касательные к окружностям из точки A, лежащей вне окружностей. Размер клетки принять за 0,5 см.

4. В окружности с центром O и радиусом R проведена хорда AB. Расстояние OH от центра до хорды увеличилось с 2 до 3. На сколько уменьшилась длина хорды, если $R = 5$?

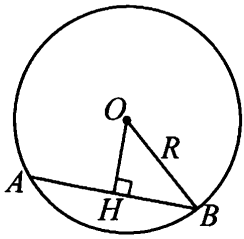


Рис. 70.

Решение.

Ответ: _____

Вариант 2

1. Продолжите предложения.

а) Радиусом называют _____.

б) Хордой называют _____.

в) Если расстояние от прямой до центра окружности меньше радиуса ____.

2. Соотнесите названия и обозначенные элементы (см. рис. 71).

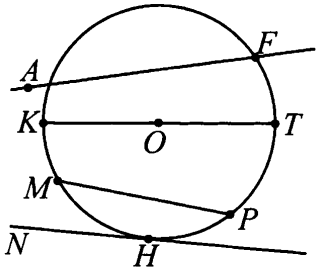


Рис. 71.

1) HN	А) хорда
2) PM	Б) касательная
3) KT	В) секущая
4) TF	Г) диаметр (хорда)
5) AF	Д) дуга

А	Б	В	Г	Д

3. Постройте 2 окружности с общим центром с радиусами $R = 2{,}5$ см, $r = 2$ см. Проведите 4 касательные к окружностям из точки A, лежащей вне окружностей. Размер клетки принять за 0,5 см.

4. В окружности с центром O и радиусом R проведена хорда AB (см. рис. 72). Расстояние OH от центра до хорды увеличилось с 6 до 9. На сколько уменьшилась длина хорды, если $R = 10$?

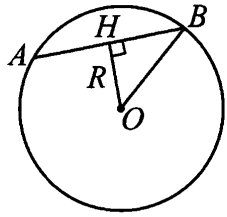


Рис. 72.

Решение.

_____

_____

_____

_____

_____

Ответ: _____

4.2. Работа № 2

Касательная к окружности

Вариант 1

1. Продолжите предложение.

Касательная перпендикулярна _____

_____.

2. К окружности с центром O проведены касательные AC и AB, OB и OC — радиусы, $OB = 3$, $AB = 4$ (см. рис. 73).

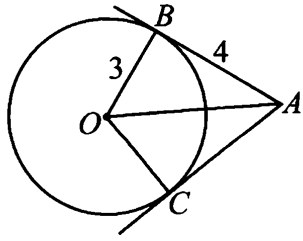


Рис. 73.

Запишите величины:

$OC =$_____,

$AC =$_____,

$OA =$_____,

$\angle OBA =$_____.

3. Постройте окружность, возьмите точку B вне окружности, проведите касательные к окружности из точки B и измерьте радиус, отрезки касательных и расстояние от центра окружности до точки B. Проверьте, выполняется ли теорема Пифагора.

4. Окружности касаются в точке A (см. рис. 74), $O_1A = 5$, $O_2A = 2$. Проведите общую касательную через точку A.

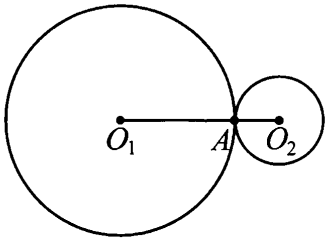


Рис. 74.

Найдите

$\angle O_1AO_2 =$_____, $O_1O_2 =$_____.

5. К двум окружностям, касающимся внешним образом, проведена общая касательная (см. рис. 75). Найдите расстояние между точками касания и площадь O_1O_2BA, если радиусы окружностей $R = 5$ см, $r = 2$ см. Запишите решение.

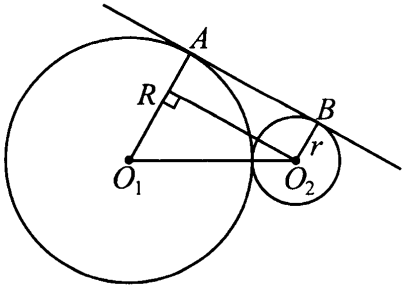


Рис. 75.

Решение.

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

Ответ: _____

Вариант 2

1. Продолжите предложение.

Отрезки касательных, проведённых из одной точки, _____

_____.

2. К окружности с центром O проведены касательные AC и AB, O — центр окружности, OB и OC — радиусы, $AO = 25$, $AC = 24$ (см. рис. 76).

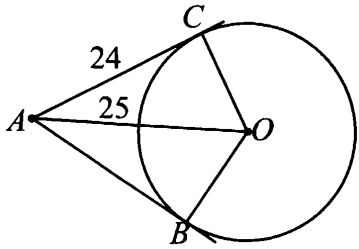


Рис. 76.

Запишите величины:

$AB =$_____, $OC =$_____,

$OB =$_____, $\angle OCA =$_____.

3. Постройте окружность, возьмите точку B вне окружности, проведите касательные к окружности и измерьте радиус, отрезки касательных и расстояние от центра окружности до точки B. Проверьте, выполняется ли теорема Пифагора.

4. Окружности касаются в точке A (см. рис. 77), $O_1A = 5$, $O_2A = 2$. Проведите общую касательную через точку A.

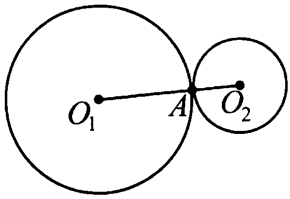


Рис. 77.

Найдите

$\angle O_1AO_2 =$_____, $O_1O_2 =$_____.

5. К двум окружностям, касающимся внешним образом, проведена общая касательная (см. рис. 78). Найдите расстояние между точками касания и площадь O_1MPO_2, если радиусы окружностей $R = 8$ см, $r = 3$ см. Запишите решение.

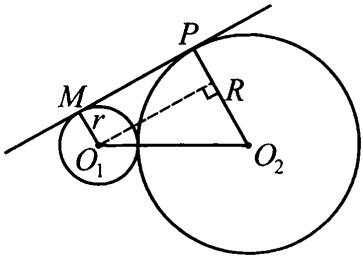


Рис. 78.

Решение.

Ответ: _____

4.3. Работа № 3

Вписанный угол

Вариант 1

1. Продолжите предложения.

а) Центральный угол — это _____

_____.

б) Угол между касательной и хордой равен _____

_____.

2. Постройте окружность, обозначьте её центр O и постройте вписанный и центральный углы, опирающиеся на дугу AB.

3. Используя чертежи (см. рис. 79), запишите указанные величины дуг и углов (O — центр окружности).

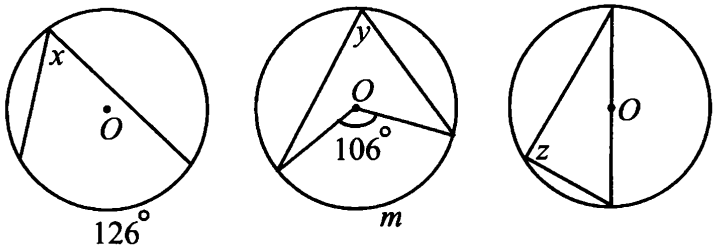


Рис. 79.

$x =$_____,

$y =$_____,

$m =$_____,

$z =$_____.

4. Дана окружность с центром в точке O, AN — касательная, CB и CA — хорды. Известно, что $\smile AC = 100°$, $\smile AB : \smile BC = 2 : 3$. Дуги AB и BC меньше полуокружности. Найдите $\angle CAN$, $\smile AB$, $\smile CB$, $\angle AOB$, $\angle ACB$, $\angle CBO$ (см. рис. 80).

Запишите решение.

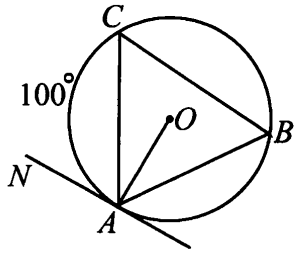


Рис. 80.

Решение.

Ответ: _____

Вариант 2

1. Продолжите предложения.

а) Вписанный угол — это _____.

б) Вписанный угол равен _____.

2. Постройте окружность, обозначьте её центр O и постройте вписанный и центральный углы, опирающиеся на дугу MP.

3. Используя чертежи (см. рис. 81), запиши указанные величины (O — центр окружности).

$x =$_____,

$y =$_____,

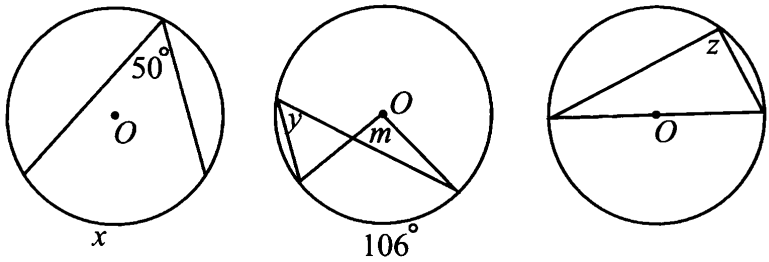


Рис. 81.

$m =$_____,

$z =$_____.

4. Дана окружность с центром в точке O, AN — касательная, CB и CA — хорды. Известно, что $\smile AC = 120°$, $\smile CB : \smile BA = 5 : 3$. Дуги CB и BA меньше 180°. Найдите $\angle AOC$, $\angle ABC$, $\angle CAN$, $\angle BAO$, градусную меру дуг AB и BC.

Запишите решение.

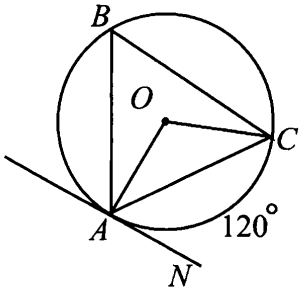


Рис. 82.

Решение.

Ответ: _____

4.4. Работа № 4

Теорема о хордах. Свойство касательной и секущих, проведённых к окружности из одной точки

Вариант 1

1. Продолжите предложения.

а) Если хорды пересекаются, то произведение длин _____

_____.

б) Если из одной точки проведены к окружности касательная и секущая, то _____

_____.

2. AB и CD — хорды окружности (см. рис. 83). $AK=7$, $BK=4$, $DK=8$. Найдите CK.

Запишите решение.

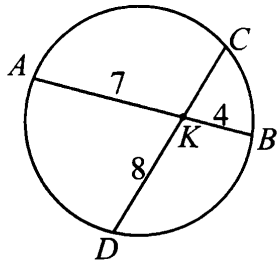


Рис. 83.

$AK \cdot KB =$_____,

$CK =$_____.

Решение.

_____

_____

_____

_____

_____

3. Из точки A проведены касательная и две секущих. Используя данные, приведённые на рисунке 84, запишите свойство касательной и секущих, проведённых из одной точки.

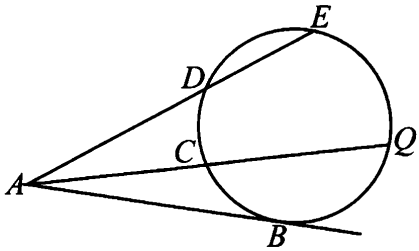


Рис. 84.

$AC \cdot AQ =$ _____ = _____

Найдите AB и AD, если $AC = 7$, $CQ = 9$, $DE = 8$.

Запишите решение.

Решение.

_____

_____

_____

_____

_____

Ответ: _____

4. Из точки M, лежащей вне окружности, проведены две секущие, одна из которых проходит через центр окружности O, а другая пересекает окружность в точках A и B. Найдите радиус окружности, если $OM = 58$, $MA = 36$, $AB = 13$. Возможен ли второй случай?

Решение.

Ответ: _____

Вариант 2

1. Продолжите предложения.

а) Если хорды пересекаются, то произведение длин _____.

б) Если из одной точки проведены к окружности касательная и секущая, то _____.

2. AM и CD — хорды окружности (см. рис. 85). $CP = 3$, $PA = 9$, $PD = 8$. Найдите MP.

Запишите решение.

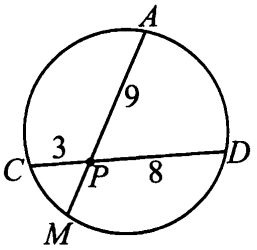


Рис. 85.

Решение.

$MP \cdot PA =$_____,

$MP =$_____.

3. Из точки A проведены касательная и две секущих. Используя данные, приведённые на рисунке 86, запишите свойство касательной и секущей, проведённых из одной точки.

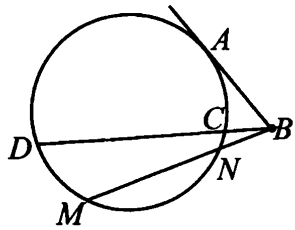


Рис. 86.

$BC \cdot BD =$ _____ = _____

Найдите AB и DC, если $MN = 8$, $NB = 3$, $BC = 2$.

Запишите решение.

Решение.

_____

_____

_____

_____

_____

Ответ: _____

4. Из точки M, расположенной вне окружности, проведены две секущие, одна из которых проходит через центр окружности O, а другая пересекает окружность в точках C и D. Найдите радиус окружности, если OM=25, MC=16, CD=9. Возможен ли второй случай?

Решение.

_____

_____

_____

_____

_____

Ответ: _____

4.5. Работа № 5

Вписанная окружность. Свойства биссектрисы угла

Вариант 1

1. Продолжите предложения.

а) Многоугольник называется вписанным в окружность, если _____ _____.

б) Каждая точка биссектрисы неразвёрнутого угла _____ _____.

в) Центром вписанной окружности треугольника является _____ _____.

г) Если окружность вписана в четырёхугольник, то сумма _____ _____.

2. Лучи AB и AC касаются окружности с радиусом $R = 5$ и центром O в точках B и C (см. рис. 87), $\angle A = 60°$. Найдите AC и AO.

Запишите решение.

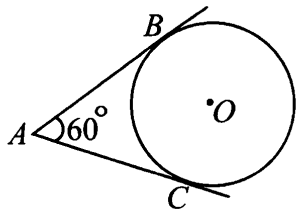


Рис. 87.

Решение.

Ответ: _____

3. Пользуясь формулой для площади описанного многоугольника $S = \frac{P \cdot r}{2}$, где P — периметр, а r — радиус вписанной окружности, найдите r, если длины сторон равнобедренного треугольника ABC приведены на рисунке 88.

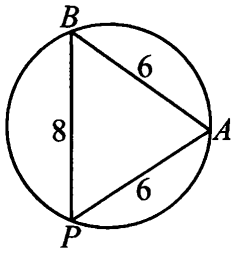


Рис. 88.

Решение.

Ответ: _____

4. Сумма двух противоположных сторон описанного четырёхугольника равна 20 см. Найдите периметр этого четырёхугольника.

$P =$_____, так как _____

_____.

5. Найдите радиус r окружности, вписанной в четырёхугольник $ABCD$, если стороны квадратных клеток равны 1 (см. рис. 89).

Запишите решение.

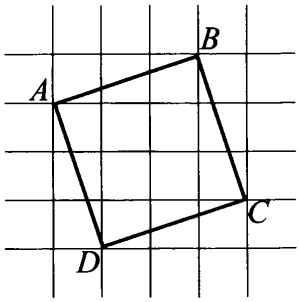


Рис. 89.

Решение.

Ответ: _____

6. Периметр четырёхугольника, описанного вокруг окружности, равен 36, две его стороны — 8 и 12 (см. рис. 90). Найдите бóльшую из оставшихся сторон.

Запишите решение.

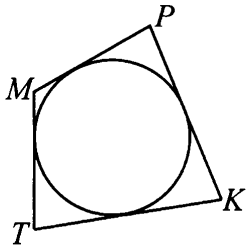


Рис. 90.

Решение.

Ответ: _____

Вариант 2

1. Продолжите предложения.

а) Многоугольник называется описанным около окружности, если _____
_____.

б) Все биссектрисы треугольника пересекаются _____
_____.

в) Центром вписанной окружности треугольника является _____
_____.

г) Если окружность вписана в четырёхугольник, то сумма _____
_____.

2. Лучи AB и AP касаются окружности с радиусом $R = 7$ и центром O в точках B и P (см. рис. 91), $\angle A = 90°$. Найдите AP и AO.

Запишите решение.

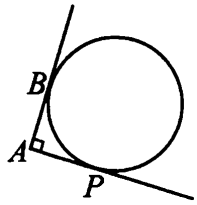


Рис. 91.

Решение.

_____
_____
_____
_____
_____

Ответ: _____

3. Пользуясь формулой для площади описанного многоугольника $S = \frac{P \cdot r}{2}$, где P — периметр, а r — радиус вписанной окружности, найдите r, если длины сторон равнобедренного треугольника ABC приведены на рисунке 92.

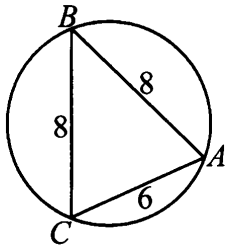


Рис. 92.

Решение.

Ответ: _____

4. Сумма двух противоположных сторон описанного четырёхугольника равна 5 дм. Найдите периметр этого четырёхугольника (в дм).

$P =$ _____, так как _____

_____.

5. Найдите радиус r окружности, вписанной в треугольник ABC, если стороны квадратных клеток равны 1 (см. рис. 93).

Запишите решение.

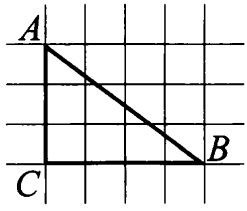


Рис. 93.

Решение.

Ответ: _____

6. Периметр прямоугольной трапеции, описанной вокруг окружности, равен 33, её бóльшая боковая сторона равна 10. Найдите радиус окружности.

Запишите решение.

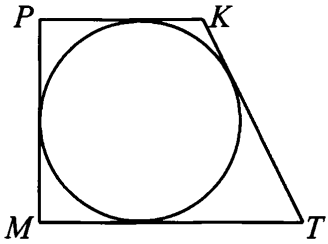


Рис. 94.

Решение.

_____

_____

_____

_____

_____

Ответ: _____

4.6. Работа № 6

Описанная окружность. Свойства серединного перпендикуляра к отрезку

Вариант 1

1. Продолжите предложения.

а) Каждая точка серединного перпендикуляра к отрезку _____

_____.

б) Окружность называется описанной около многоугольника, если _____

_____.

в) Центр описанной окружности треугольника лежит _____

_____.

г) В любом вписанном четырёхугольнике _____

_____.

2. Пользуясь данными рисунка 95, запишите значения углов.

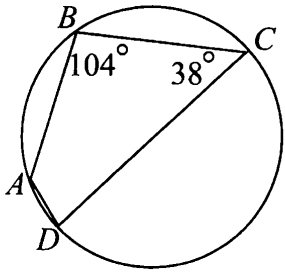


Рис. 95.

$\angle A =$_____,

$\angle D =$_____.

3. Точки T, K, N и P лежат на окружности, $TK \perp NP$, $NK = KP$. Запишите, чему равны указанные величины, если $TN = 10$, $NK = 5$.

$PT =$_____,

$TK =$_____.

4. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC, если сторона квадратной клетки равна 1 (см. рис. 96).

Запишите решение.

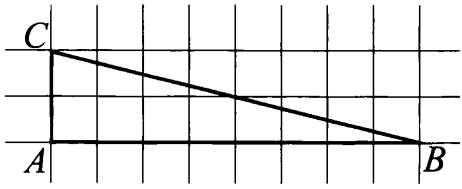


Рис. 96.

Решение.

Ответ: _____

5. Углы A, B и C четырёхугольника $ABCD$ относятся как 4:3:5. Найдите угол D, если около данного четырёхугольника можно описать окружность.

Запишите решение.

Дано:

Найти:

Решение.

Ответ: _____

Вариант 2

1. Продолжите предложения.

а) Если точка равноудалена от концов отрезка, то она _____.

б) Многоугольник называется вписанным в окружность, если _____.

в) Центр описанной окружности треугольника лежит _____.

г) Если сумма противоположных углов четырёхугольника равна 180°, то _____.

2. Пользуясь данными рисунка 97, запишите значения углов.

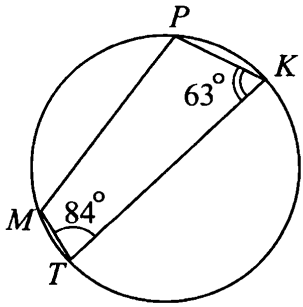


Рис. 97.

$\angle M =$____,

$\angle P =$____.

3. $AB \perp NP$, $NB = BP$. Запишите, чему равны указанные величины, если $AN = 2$, $AB = 5$, а точки A, B, N и P лежат на одной окружности.

$AP =$____,

$BP =$____.

4. Найдите радиус окружности, описанной около прямоугольника $ABCD$, если сторона квадратной клетки равна 1 (см. рис. 98).

Запишите решение.

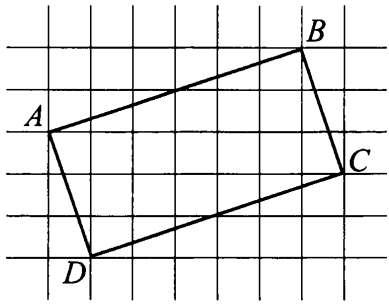


Рис. 98.

Решение.

Ответ: _____

5. Боковая сторона равнобедренной трапеции равна её меньшему основанию, угол при основании равен 60°, большее основание равно 12. Найдите радиус окружности, описанной вокруг данной трапеции.

Запишите решение.

Дано:

Найти:

Решение.

Ответ: _____

Итоговая работа по теме «Окружность»

Вариант 1

Часть 1

1. Радиус окружности равен 4. Найдите диаметр окружности.

1) 8 2) 16 3) 2 4) другой ответ

2. Найдите длину окружности, если радиус окружности равен 1,5.

1) 2π 2) 6π 3) 3π 4) другой ответ

3. Найдите величину вписанного угла окружности, если он опирается на ту же дугу окружности, что и центральный угол, равный 150°.

1) 100° 2) 150° 3) 75° 4) другой ответ

4. Найдите периметр описанного четырёхугольника, у которого сумма противоположных сторон равна 14 см.

1) 28 см 2) 14 см 3) 56 см 4) 7 см

5. Найдите градусную меру центрального угла окружности, если соответствующая ему дуга составляет $\frac{1}{2}$ часть дуги всей окружности.

1) 100° 2) 180° 3) 90° 4) 150°

Часть 2

6. Найдите длину окружности, вписанной в квадрат со стороной 8.

7. Укажите номера верных утверждений.

1) Длина окружности радиуса R равна $2\pi R$.

2) Если сумма противоположных углов четырёхугольника равна 360°, то около него можно описать окружность.

3) В правильном треугольнике центры вписанной и описанной окружности совпадают.

4) Площадь круга равна $\frac{\pi R^2}{2}$.

5) Угол между пересекающимися хордами равен полусумме противоположных дуг, высекаемых хордами.

Часть 3

8. Радиус OA окружности с центром O делит хорду CD пополам. Докажите, что касательная, проведённая через точку A, параллельна хорде CD.

9. Диаметр AB окружности перпендикулярен хорде CD и пересекает её в точке M. Найдите CD, если $AM = 5$, $MB = 9$.

Вариант 2

Часть 1

1. Радиус окружности равен 12. Найдите диаметр окружности.

1) 28 2) 6 3) 24 4) другой ответ

2. Найдите длину окружности, если радиус окружности равен 5.

1) 20π 2) 10π 3) 2π 4) другой ответ

3. Найдите величину вписанного угла окружности, если дуга, на которую он опирается, равна 102°.

1) 102° 2) 51° 3) 34° 4) другой ответ

4. Вычислите градусную меру вписанного угла, который опирается на полуокружность.

1) 60° 2) 90° 3) 180° 4) другой ответ

5. Найдите величину центрального угла окружности, если соответствующая ему дуга равна 52°.

1) 52° 2) 26° 3) 154° 4) 308°

Часть 2

6. Найдите длину окружности, вписанной в квадрат со стороной 12.

7. Укажите номера верных утверждений.

1) Окружности касаются, если они имеют более одной общей точки.

2) Длина окружности радиуса R равна $2\pi R$.

3) Величина дуги окружности равна величине центрального угла, на неё опирающегося.

4) Около квадрата можно описать окружность.

5) Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу, не равны.

Часть 3

8. Расстояние от точки A до центра окружности меньше радиуса окружности. Докажите, что любая прямая, проходящая через точку A, является секущей по отношению к данной окружности.

9. Боковая сторона равнобедренной трапеции равна её меньшему основанию, угол при основании равен 60°, большее основание равно 12. Найдите радиус описанной около трапеции окружности.

Вариант 3

Часть 1

1. Найдите радиус окружности, если окружность вписана в квадрат со стороной, равной 11.

1) 11 2) 22 3) 5,5 4) 32

2. Найдите градусную меру вписанного угла, который опирается на диаметр окружности.

1) 45° 2) 90° 3) 180° 4) 60°

3. Радиус окружности равен 6. Найдите сторону квадрата, описанного около окружности.

1) 15 2) 18 3) 12 4) 8

4. Найдите градусную меру центрального угла, если соответствующая ему дуга составляет $\frac{2}{9}$ дуги окружности.

1) 40° 2) 80° 3) 180° 4) 315°

5. Найдите градусную меру вписанного угла, если он опирается на дугу, которая составляет $\frac{5}{9}$ дуги окружности.

1) 200° 2) 180° 3) 150° 4) 100°

Часть 2

6. Найдите радиус окружности, если две хорды длиной 6 и 8 имеют общую точку, принадлежащую окружности, а два другие конца этих хорд являются концами диаметра.

7. Укажите номера верных утверждений.

1) Касательная к окружности перпендикулярна к радиусу, проведённому в точку касания.

2) Вписанный угол, опирающийся на полуокружность, — прямой.

3) Касательная и секущая, проведённые к окружности из одной точки, равны.

4) Если расстояние от центра окружности до прямой больше радиуса, то эта прямая является касательной.

5) Если две хорды окружности пересекаются, то произведение отрезков одной хорды равно произведению отрезков другой хорды.

Часть 3

8. Докажите, что градусные меры дуг окружности, заключенных между параллельными хордами, равны.

9. Хорды AB и CD пересекаются в точке M. Найдите AM, если $CM = 3$, $MD = 12$, $MB = 9$.

Работы на построение

1. Построение биссектрисы угла (см. рис 99).

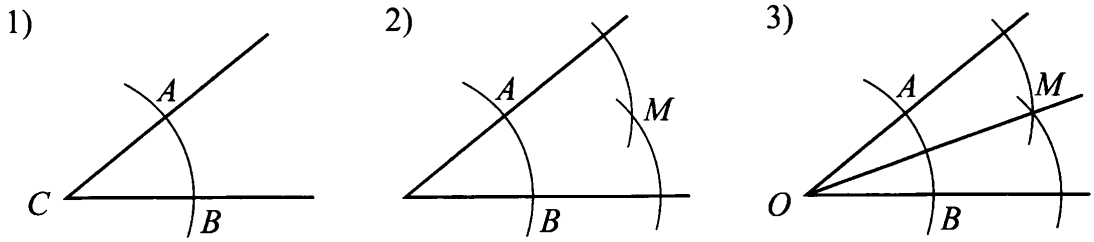


Рис. 99.

1) Строим окружность с центром в вершине угла и отмечаем точки пересечения со сторонами угла — точки A и B.

2) Строим две окружности равного радиуса с центрами в точках A и B, отмечаем их точку пересечения M. Если окружности не пересеклись, увеличиваем радиус.

3) Соединяем лучом вершину угла с точкой M. Этот луч OM — биссектриса.

Задание: Для каждого угла проведите биссектрисы с помощью циркуля и линейки (см. рис. 100).

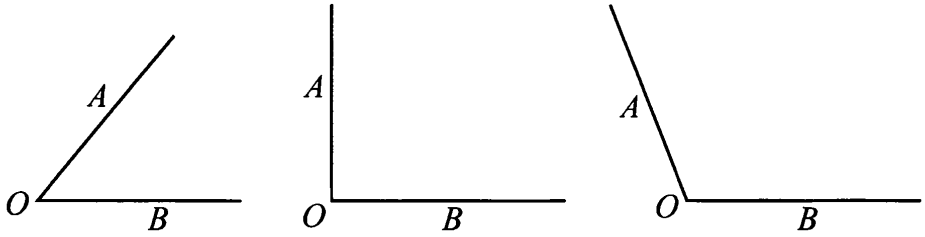


Рис. 100.

Задание: Для каждого треугольника на рисунке 102 постройте биссектрисы всех углов, как показано на рисунке 101.

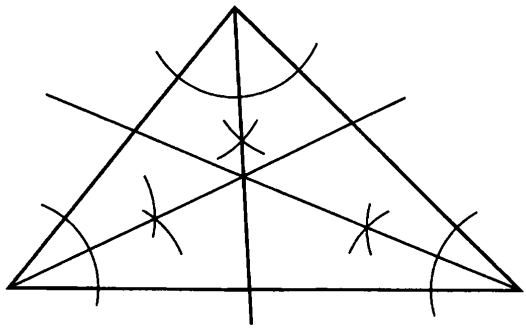


Рис. 101.

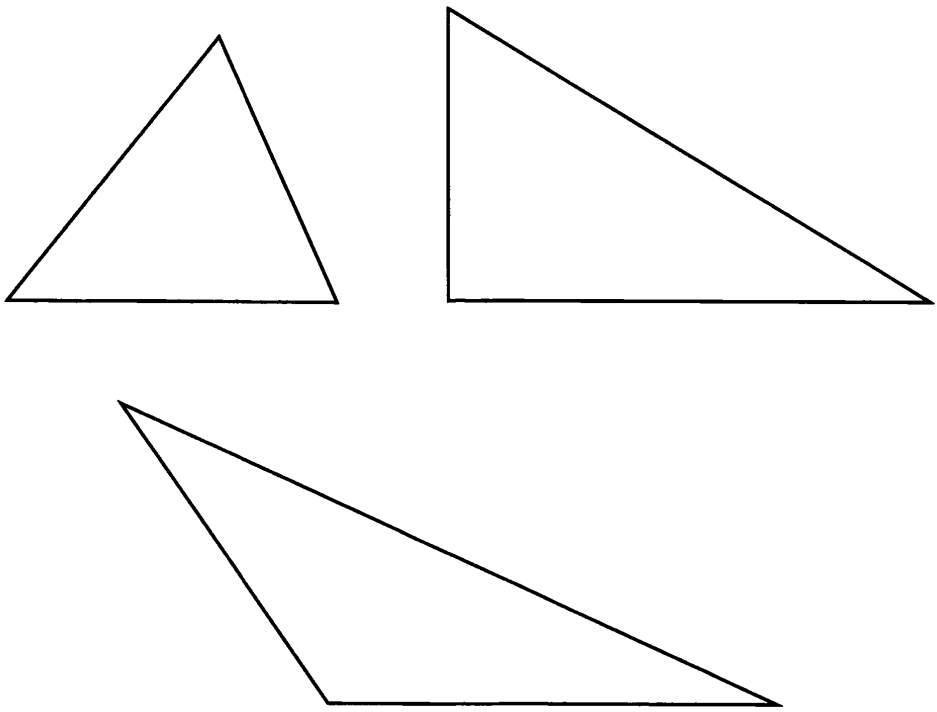


Рис. 102.

2. Построение перпендикуляра из данной точки к прямой (см. рис. 103).

1) Строим окружность с центром в точке M, пересекающую прямую a в точках A и B.

2) Строим окружности такого же радиуса с центрами в точках A и B, они пересекутся в точках M и P.

3) Проводим MP, $MP \perp AB$.

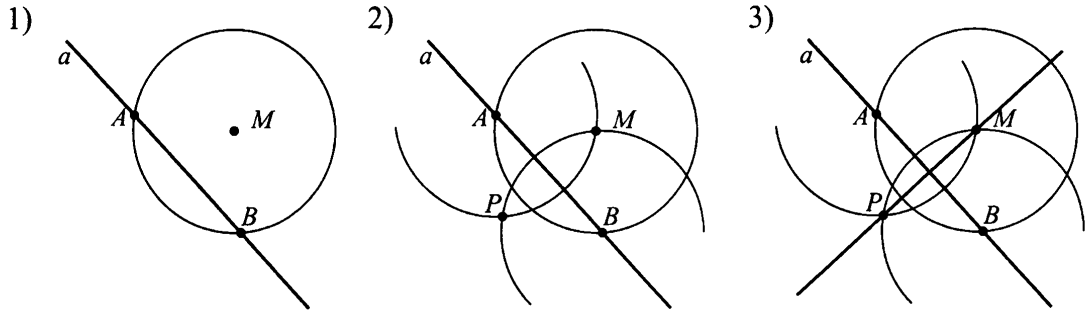


Рис. 103.

3. Построение вписанной окружности в $\triangle ABC$ (см. рис. 104).

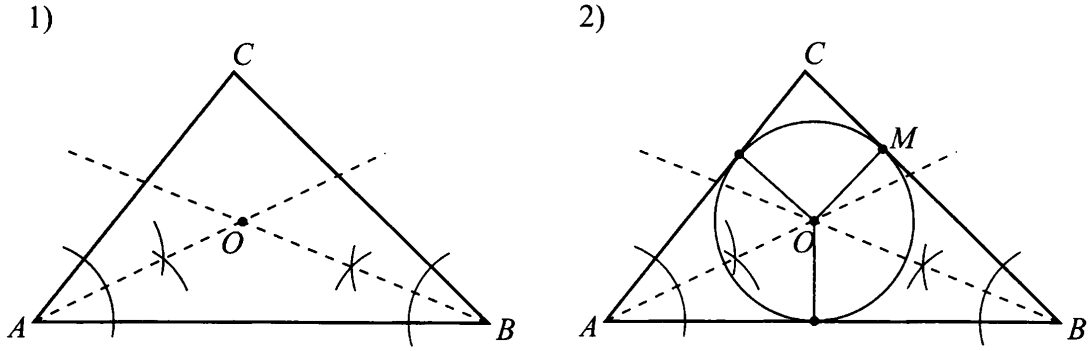


Рис. 104.

1) Проводим биссектрисы двух углов треугольника и находим их точку пересечения — точку O.

2) Через точку O проводим перпендикуляр к любой стороне треугольника (например, к CB). $OM \perp CB$.

3) Проводим окружность радиуса OM с центром в точке O.

Задание: На рисунке 105 впишите окружность в треугольник.

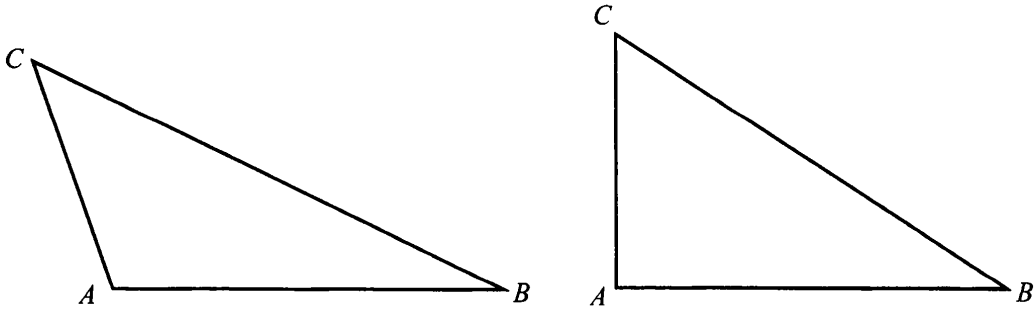


Рис. 105.

4. Построение серединного перпендикуляра к отрезку (см. рис. 106).

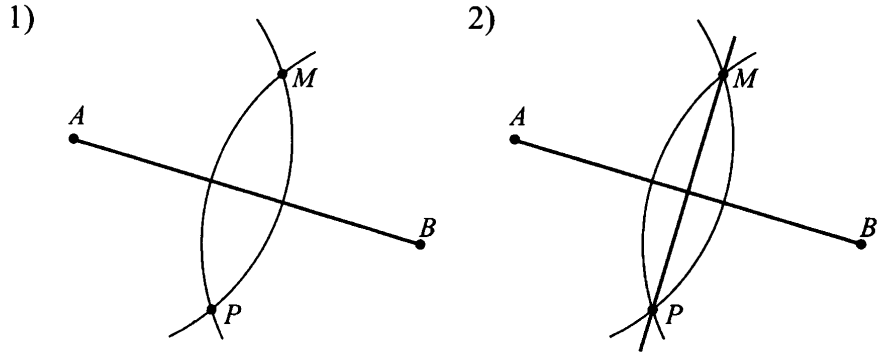


Рис. 106.

1) Строим две окружности равного радиуса с центрами в точках A и B, отмечаем их точки пересечения.

2) Соединяем точки M и P. Прямая MP — серединный перпендикуляр к отрезку AB.

Задание: Постройте серединные перпендикуляры к отрезкам MK и PC (см. рис. 107).

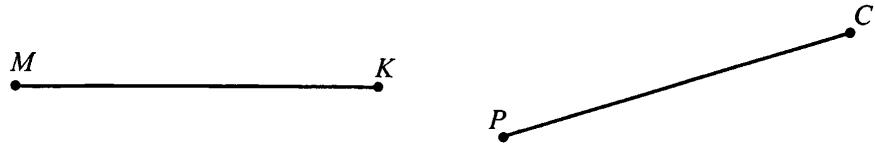


Рис. 107.

Задание: В $\triangle ABC$ проведите серединные перпендикуляры к сторонам BC и AC (см. рис. 108).

5. Построение описанной окружности.

Для каждого треугольника, изображенного на рисунке 109, проведите серединные перпендикуляры к сторонам.

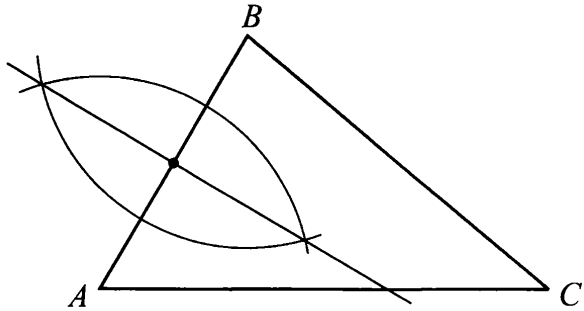


Рис. 108.

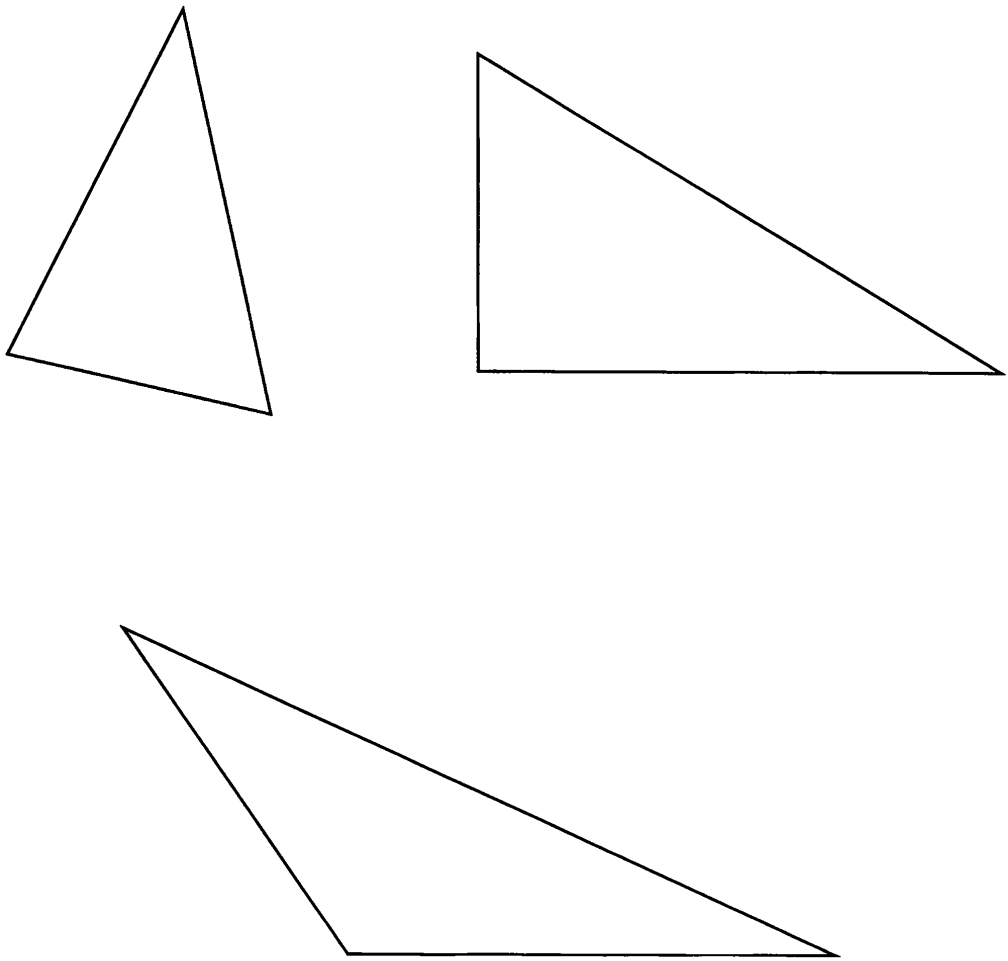


Рис. 109.

Точка их пересечения — центр описанной окружности (рассмотрите пример на рисунке 110).

Задание: На рисунке 109 для каждого треугольника проведите описанные окружности.

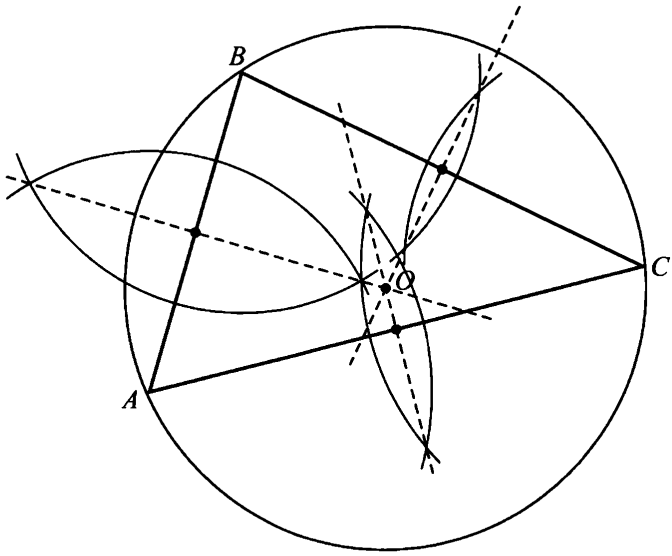


Рис. 110.

Ответьте на вопрос.

Где расположен центр описанной окружности

1) в остроугольном треугольнике?

Ответ: _____

2) в прямоугольном треугольнике?

Ответ: _____

3) в тупоугольном треугольнике?

Ответ: _____

Итоговая работа для промежуточной аттестации за 8 класс

Вариант 1

1. Периметр параллелограмма равен 32 см. Найдите стороны параллелограмма (в см), если известно, что одна сторона в 3 раза больше другой (см. рис. 112).

Ответ: _____

2. Дан параллелограмм $ABCD$, на сторонах выбраны точки M, N, P, Q таким образом, что каждая из них лежит в середине соответствующей стороны. Докажите, что четырёхугольник $MNPQ$ является параллелограммом.

3. Один из углов равнобедренной трапеции равен 127° (см. рис. 114). Найдите остальные углы трапеции (в градусах).

Ответ: _____

4. Найдите сторону квадрата (в см), площадь которого равна площади ромба со стороной 10 см и острым углом 30°.

Ответ: _____

5. Найдите гипотенузу прямоугольного треугольника, если его катеты равны 5 и 12.

Ответ: _____

6. Найдите периметр треугольника MNP, если его вершины являются серединами сторон треугольника ABC со сторонами 8, 12, 14.

Ответ: _____

7. В равнобедренном треугольнике ABC проведен отрезок, параллельный основанию AC и проходящий через середину боковой стороны AB. Найдите высоту BK треугольника BMN, если высота BH треугольника ABC равна 18 (см. рис. 118).

Ответ: _____

8. В прямоугольном треугольнике ABC (см. рис. 119) с гипотенузой AB, равной 22, и углом $\angle BAC = 30°$. Найдите катет BC.

Ответ: _____

9. В окружности с центром O проведены два диаметра AB и CD (см. рис. 120). Известно, что их общая длина составляет 40 и угол между ними равен 60°. Найдите периметр треугольника AOC.

Ответ: _____

10. Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 20 см. Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности (в см).

Ответ: _____

Вариант 2

1. Найдите периметр параллелограмма (в см), если одна из его сторон 8 см, а другая — на 13 см больше.

Ответ: _____

2. Диагонали четырёхугольника взаимно перпендикулярны и точкой пересечения делятся пополам. Найдите периметр (в см) четырёхугольника, если его диагонали равны 6 см и 8 см.

Ответ: _____

3. В трапеции $ABCD$ угол A равен 43°, а угол C равен 157°. Найдите остальные углы трапеции.

Ответ: _____

4. Найдите площадь прямоугольника (в см^2), если одна из его сторон 15 см, а другая в 3 раза меньше.

Ответ: _____

5. Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 8. Найдите катет этого треугольника, который лежит против угла 60°.

Ответ: _____

6. Дан треугольник со сторонами 6 см, 9 см и 13 см. Найдите периметр треугольника (в см), вершинами которого являются середины сторон данного треугольника.

Ответ: _____

7. Стороны треугольника ABC имеют длины 5, 7 и 9. Подобен ли треугольник ABC треугольнику MNP, если длины его сторон равны 15, 21, 27?

Ответ: _____

8. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C гипотенуза AB равна $8\sqrt{3}$, а угол B равен $60°$. Найдите катет AC.

Ответ: _____

9. Отрезки AB и CD — хорды данной окружности, стягивающие дуги в $240°$ и $180°$ соответственно (см. рис. 111). Найдите градусную меру угла BAD, если $\angle ADC = 15°$.

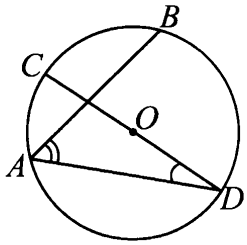


Рис. 111.

Ответ: _____

10. В прямоугольнике меньшая сторона равна 8 см, угол, который образует его диагональ с большей стороной, равен $30°$. Найдите радиус окружности (в см), описанной вокруг этого прямоугольника.

Ответ: _____

Вариант 3

1. В параллелограмме одна сторона на 5 см больше другой, периметр параллелограмма равен 34 см. Найдите стороны параллелограмма (в см).

Ответ: _____

2. В параллелограмме $ABCD$ биссектриса тупого угла B пересекает сторону AD в точке F. Найдите периметр параллелограмма, если $AB = 12$, $AF : FD = 4 : 3$.

Ответ: _____

3. Один из углов ромба равен $60°$. Найдите градусную меру угла, который образует меньшая из диагоналей со сторонами ромба.

Ответ: _____

4. Найдите площадь треугольника (в см^2), если его основание равно 15 см, а высота, проведённая к нему, — 8 см.

Ответ: _____

5. Найдите высоту равностороннего треугольника, если его сторона равна 4.

Ответ: _____

6. В прямоугольнике точка пересечения диагоналей удалена от бóльшей стороны на 6 см. Найдите меньшую сторону прямоугольника (в см).

Ответ: _____

7. В треугольнике ABC на стороне BC взята точка F так, что $\angle BAF = \angle ACB$. Известно, что $BF = 4$, $FC = 5$. Найдите длину AB.

Ответ: _____

8. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C $\cos\angle A = \frac{1}{2}$, катет $AC = 6$. Найдите гипотенузу AB.

Ответ: _____

9. Найдите длину (в см) наибольшей хорды окружности, если её радиус равен 13 см.

Ответ: _____

10. Равнобедренный треугольник вписан в окружность. Угол при вершине опирается на дугу описанной вокруг него окружности в 200°. Найдите все углы треугольника.

Ответ: _____

Вариант 4

1. Найдите периметр параллелограмма (в см), если его стороны равны 5 см и 80 мм.

Ответ: _____

2. В четырёхугольнике противоположные стороны попарно равны. Найдите острый угол четырёхугольника (в градусах), если его диагональ образует со сторонами углы в 45° и 95°.

Ответ: _____

3. Найдите меньшую боковую сторону прямоугольной трапеции (в см), если её основания равны 5 см и 10 см, а один из углов равен 45°.

Ответ: _____

4. Найдите площадь прямоугольного треугольника (в см^2), если его катеты равны 7 см и 12 см.

Ответ: _____

5. В прямоугольном треугольнике катеты равны 12 и 5. Найдите гипотенузу.

Ответ: _____

6. Стороны равносторонних треугольников равны 11 см и 13 см. Найдите отношение их площадей.

Ответ: _____

7. В параллелограмме $ABCD$ точка M является серединой AB. Найдите длину стороны BC, если $MO = 18$, где точка O — точка пересечения диагоналей.

Ответ: _____

8. В прямоугольном треугольнике ABC гипотенуза AC равна 20, а катет $AB = 16$. Найдите $\cos \angle C$.

Ответ: _____

9. В окружности радиус на 15 см меньше диаметра. Найдите радиус окружности (в см).

Ответ: _____

10. Найдите сторону правильного шестиугольника (в см), если радиус описанной окружности равен 8 см.

Ответ: _____

Вариант 5

1. Найдите градусную меру углов B, C и D параллелограмма $ABCD$, если $\angle A = 55°$.

Ответ: _____

2. В четырёхугольнике две стороны равны и параллельны, а угол между смежными сторонами равен 87°. Найдите остальные углы четырёхугольника (в градусах).

Ответ: _____

3. Основания прямоугольной трапеции равны 4 см и 7 см, один из углов равен 60°. Найдите бóльшую боковую сторону трапеции (в см).

Ответ: _____

4. Найдите площадь параллелограмма (в см^2), если его диагональ, равная 8 см, перпендикулярна к стороне, равной 14 см.

Ответ: _____

5. В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна 10, один из катетов равен 6. Найдите второй катет.

Ответ: _____

6. Площадь бóльшего треугольника равна 54 см^2. Найдите площадь меньшего треугольника (в см^2), ему подобного, если сходственные стороны треугольников равны 9 см и 6 см соответственно.

Ответ: _____

7. Подобны ли треугольники, если их стороны имеют длины 4, 8, 8 и 2, 2, 1?

Ответ: _____

8. В прямоугольном треугольнике один из катетов равен 6. Косинус прилежащего к нему угла равен $\frac{1}{3}$. Найдите гипотенузу.

Ответ: _____

9. В окружности хорда удалена от центра на расстояние 6 см. Найдите радиус окружности (в см), если длина хорды равна 16 см.

Ответ: _____

10. Найдите радиус окружности, описанной около прямоугольника, если стороны прямоугольника равны 6 и 8.

Ответ: _____

Вариант 6

1. Найдите градусную меру углов параллелограмма, если смежный угол к одному из его внутренних равен 46°.

Ответ: _____

2. В четырёхугольнике противоположные углы попарно равны. Найдите градусную меру тупого угла четырёхугольника, если острый угол равен 37°.

Ответ: _____

3. Один из углов равнобедренной трапеции равен 46°. Найдите остальные углы трапеции (в градусах).

Ответ: _____

4. Найдите площадь квадрата, если его сторона равна 0,8 см. Ответ выразите в квадратных сантиметрах.

Ответ: _____

5. В прямоугольном треугольнике известны катеты $a = 7$, $b = 6\sqrt{2}$. Найдите гипотенузу.

Ответ: _____

6. В треугольнике ABC медианы AM и BD пересекаются в точке N. Найдите площадь треугольника ABC, если площадь треугольника DCM равна 10.

Ответ: _____

7. Найдите площадь треугольника ACD, если CD — высота в прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C и известно, что $AC = 20$, $BC = 15$.

Ответ: _____

8. В прямоугольном треугольнике ABC гипотенуза равна 12, а синус угла A равен $\frac{2}{3}$. Найдите катет, противолежащий углу A.

Ответ: _____

9. В окружности с центром O и радиусом 8 найдите хорду AB, если $\angle AOB = 90°$.

Ответ: _____

10. В описанном четырёхугольнике $ABCD$ сумма двух противоположных сторон равна 12 см. Найдите периметр этого четырёхугольника (в см).

Ответ: _____

Вариант 7

1. Найдите стороны параллелограмма, если его периметр равен 30, а две стороны относятся как 2 : 3.

Ответ: _____

2. Один из углов параллелограмма $ABCD$ равен 30°. Диагональ BD перпендикулярна стороне AD и равна 12. Найдите сторону AD.

Ответ: _____

3. В трапеции одно из оснований равно 15, а средняя линия трапеции равна 27. Найдите другое основание трапеции.

Ответ: _____

4. Найдите площадь равнобедренного треугольника с основанием, равным 10, и боковой стороной, равной 13.

Ответ: _____

5. В треугольнике сумма двух углов равна 90°. Найдите длину бóльшей стороны, если две меньшие стороны равны 6 и 8.

Ответ: _____

6. Найдите площадь треугольника ABC, если площадь подобного ему треугольника равна 32, а сторона BC в 3 раза больше сходственной стороны NP.

Ответ: _____

7. В треугольнике ABC стороны равны 21, 12, 15. Бóльшую из них поделили на 3 равных отрезка и через их концы провели прямые, параллельные двум другим сторонам. Найдите меньший из полученных отрезков.

Ответ: _____

8. В прямоугольном треугольнике синус одного из углов равен 0,4, а катет, противолежащий этому углу, равен 12. Найдите длину второго катета.

Ответ: _____

9. Через точку A, взятую вне окружности, проведена касательная AC, C — точка касания. Секущая AD пересекает окружность в точках B и D, $AD > BD$. Найдите AD, если AB в 2 раза меньше BD, а $AC = 3\sqrt{2}$.

Ответ: _____

10. В трапецию вписана окружность, сумма оснований трапеции равна 21, один из углов трапеции равен 45°, высота равна $3\sqrt{2}$. Найдите боковые стороны трапеции.

Ответ: _____

Вариант 8

1. Найдите стороны параллелограмма, если его периметр равен 24 см, а одна из сторон в 3 раза больше другой. Ответ дайте в сантиметрах.

Ответ: _____

2. Один из углов параллелограмма $ABCD$ равен 45°. Диагональ BD перпендикулярна стороне AD и равна 8. Найдите сторону AB.

Ответ: _____

3. В трапеции одно из оснований равно 8, а средняя линия трапеции 18. Найдите другое основание трапеции.

Ответ: _____

4. Найдите площадь равнобедренного треугольника, если его основание равно 30, а боковая сторона равна 17.

Ответ: _____

5. В треугольнике сумма двух углов равна 90°. Найдите длину третьей стороны, если бóльшая сторона равна 20, а меньшая сторона равна 12.

Ответ: _____

6. Найдите площадь треугольника ABC, если площадь подобного ему треугольника MNP равна 64, $AB = 12$, $MN = 3$, $\angle C = \angle P$.

Ответ: _____

7. В треугольнике ABC стороны равны 6, 8, 10. Бóльшую из сторон поделили на 5 равных отрезков и через их концы провели прямые, параллельные двум другим сторонам. Найдите меньший из полученных отрезков на сторонах треугольника.

Ответ: _____

8. В прямоугольном треугольнике косинус меньшего угла равен 0,8, больший катет равен 8 см. Найдите другой катет. Ответ дайте в сантиметрах.

Ответ: _____

9. Через точку A, взятую вне окружности, проведена касательная AC, C — точка касания. Секущая AD пересекает окружность в точках B и D, $AD > BD$. Найдите AC, если $BD = 12$ см, $AB = 3$ см. Ответ дайте в сантиметрах.

Ответ: _____

10. В трапецию вписана окружность, сумма оснований трапеции равна 17, один из углов трапеции равен 30°, высота равна 5. Найдите боковые стороны трапеции.

Ответ: _____

Решение варианта 1

1. $P_{ABCD} = 2(AB + BC)$. Пусть $AB = x$ см, тогда $BC = 3x$ см.

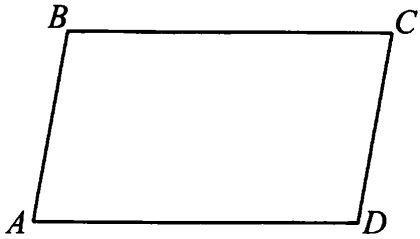


Рис. 112.

$P_{ABCD} = 2(x + 3x) = 2 \cdot 4x = 8x$. Так как $P_{ABCD} = 32$, то $8x = 32$, $x = 4$. $AB = 4$ см, $BC = 12$ см.

Ответ: 4; 12.

2. Проведём диагональ AC (см. рис. 113). MN — средняя линия $\triangle ABC$. Она параллельна AC и $MN = \frac{1}{2}AC$.

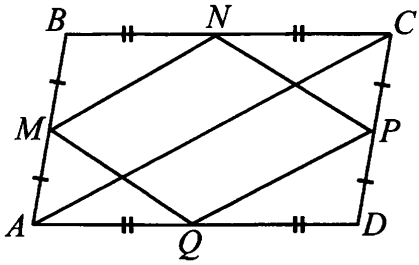


Рис. 113.

QP — средняя линия $\triangle ACD$, значит, $QP \parallel AC$ и $QP = \frac{1}{2}AC$. Получаем $MN \parallel QP$ и $MN = QP \Rightarrow MNPQ$ — параллелограмм, так как это четырёхугольник, в котором противоположные стороны равны и параллельны.

3. По условию один из углов равнобедренной трапеции равен 127°. Допустим, это $\angle BCD$, тогда $\angle ABC = \angle BCD = 127°$ как углы при основании BC равнобедренной трапеции.

$\angle DAB + \angle ABC = 180°$ (односторонние углы при $BC \parallel AD$ и секущей AB), $\angle DAB = 180° - 127° = 53°$.

$\angle ADC = \angle DAB = 53°$.

Ответ: 53; 127; 53.

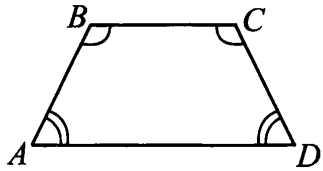


Рис. 114.

4. Найдём площадь ромба $ABCD$. Проведём высоту BH (см. рис. 115). В $\triangle ABH$ $\angle A = 30°$, значит, $BH = \frac{1}{2}AB$ как катет, лежащий против угла в 30°.

$$S_{ABCD} = AD \cdot BH = AD \cdot \frac{1}{2}AB = AB^2 \cdot \frac{1}{2} = 10^2 \cdot \frac{1}{2} = 50 \text{ (см}^2\text{)}.$$

$S_{\text{квадрата}} = a^2$, где a — сторона квадрата.

$a^2 = 50$, $a = 5\sqrt{2}$ (см).

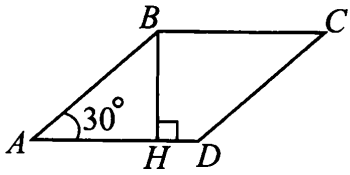


Рис. 115.

Ответ: $5\sqrt{2}$.

5. Пусть $AC = 5$, $CB = 12$ (см. рис. 116). По теореме Пифагора $AB^2 = AC^2 + CB^2$, $AB^2 = 25 + 144$, $AB^2 = 169$, $AB = 13$.

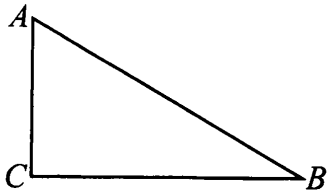


Рис. 116.

Ответ: 13.

6. $P_{MNP} = MN + MP + NP$. Точки M, N и P — середины сторон $\triangle ABC$, значит, MN, PN и MP — средние линии $\triangle ABC$ (см. рис. 117).

$$P_{MNP} = \frac{1}{2}AC + \frac{1}{2}BC + \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}(8 + 12 + 14) = \frac{1}{2} \cdot 34 = 17.$$

Ответ: 17.

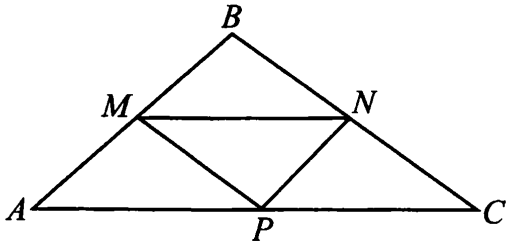


Рис. 117.

7. $MN \parallel AC$, $AM = MB$, следовательно, $BN = NC$ по теореме Фалеса. $\triangle MBN \sim \triangle ABC$по второму признаку подобия $\left(\frac{MB}{AB} = \frac{BN}{BC} = \frac{1}{2}, \right.$ $\left. \angle B \text{ — общий} \right)$.

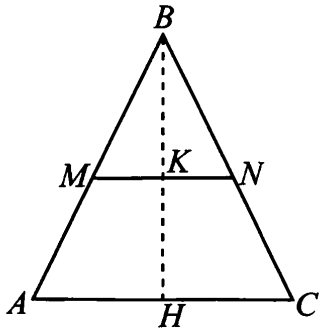


Рис. 118.

Высоты подобных треугольников относятся друг к другу как сходственные стороны соответствующих треугольников, отсюда $\frac{BK}{BH} = \frac{1}{2}$, $BK = \frac{1}{2}BH$, $BK = \frac{1}{2} \cdot 18 = 9$.

Ответ: 9.

8. $BC = \frac{AB}{2}$ как катет, противолежащий углу в 30°. $BC = \frac{22}{2} = 11$.

Ответ: 11.

9. Заметим, что AB и CD — диаметры окружностей, а значит, $AB = CD$, $AB + CD = 40$, $AB = 20$, $OA = 10$ (радиус окружности).

В $\triangle AOC$ $AO = OC$ как радиусы, $\angle AOC = 60°$, $\angle ACO = \angle CAO$, $\angle ACO + \angle CAO = 180° - 60° = 120°$, $\angle ACO = \angle CAO = 60°$. Значит, $\triangle AOC$ — равносторонний, $OC = OA = CA$.

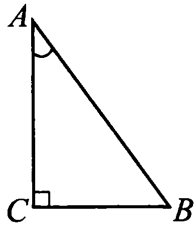


Рис. 119.

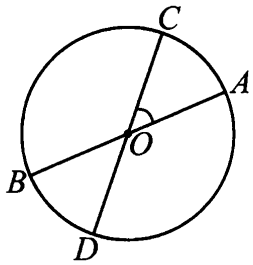


Рис. 120.

$P_{AOC} = 3 \cdot OA = 30.$

Ответ: 30.

10. Центр описанной около прямоугольного треугольника окружности лежит на середине гипотенузы (см. рис. 121). Следовательно, радиус описанной окружности $R = \frac{20}{2} = 10$ (см).

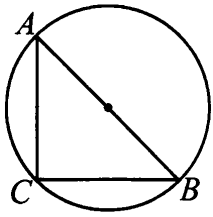


Рис. 121.

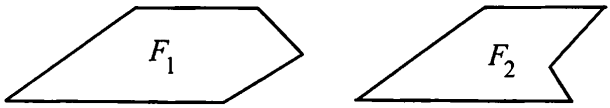
Ответ: 10.

Справочник

Многоугольник

Замкнутая ломаная без самопересечений называется многоугольником.

Многоугольник называют **выпуклым**, если он лежит по одну сторону от каждой прямой, проходящей через две его вершины. В противном случае многоугольник называется **невыпуклым**.

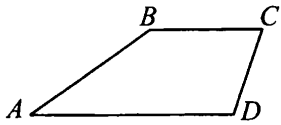


На рисунке многоугольник F_1 — выпуклый, многоугольник F_2 — невыпуклый.

Сумма углов выпуклого многоугольника равна $(n-2)\cdot 180°$, где n — число сторон многоугольника.

Сумма углов выпуклого четырёхугольника равна 360°.

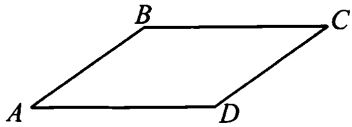
$ABCD$ — выпуклый четырёхугольник. $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360°$.



Параллелограмм

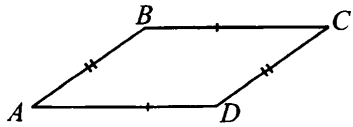
Определение. Параллелограммом называется четырёхугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны.

$AB \parallel CD$ и $BC \parallel AD \Longrightarrow ABCD$ — параллелограмм.



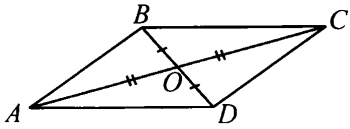
Свойства параллелограмма

1°. В параллелограмме противоположные стороны равны и противоположные углы равны, сумма смежных углов равна 180°.



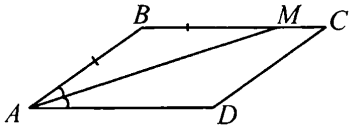
$ABCD$ — параллелограмм $\Longrightarrow AB = CD$, $BC = AD$ $\angle A + \angle B = 180°$, $\angle B + \angle C = 180°$, $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$.

2°. Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам.



$ABCD$ — параллелограмм. AC и BD – диагонали, точка O — точка пересечения диагоналей $\Longrightarrow AO = OC$ и $BO = OD$.

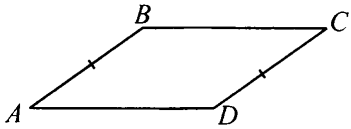
3°. В параллелограмме биссектриса угла отсекает равнобедренный треугольник.



$ABCD$ — параллелограмм. AM — биссектриса $\angle A \Longrightarrow AB = BM$.

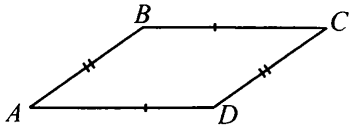
Признаки параллелограмма

1°. Если в четырёхугольнике две стороны равны и параллельны, то этот четырёхугольник — параллелограмм.



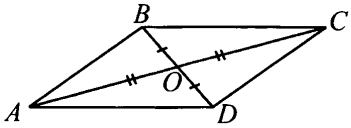
$ABCD$ — четырёхугольник, $AB = CD$.
$AB \parallel CD \Longrightarrow ABCD$ — параллелограмм .

2°. Если в четырёхугольнике противоположные стороны попарно равны, то этот четырёхугольник — параллелограмм.



$ABCD$ — четырёхугольник, $AB = CD$, $BC = AD$ $\Longrightarrow ABCD$ — параллелограмм.

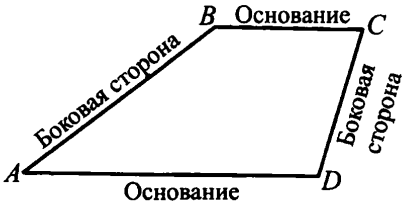
3°. Если в четырёхугольнике диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, то этот четырёхугольник — параллелограмм.

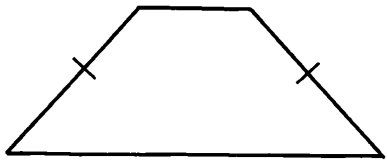


$ABCD$ — четырёхугольник, AC и BD — диагонали, O — точка пересечения диагоналей, $AO = OC$, $BO = OD \Longrightarrow ABCD$ — параллелограмм.

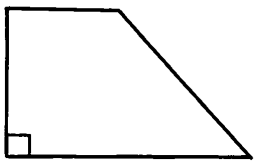
Трапеция

Определение. Трапецией называется четырёхугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие стороны не параллельны.





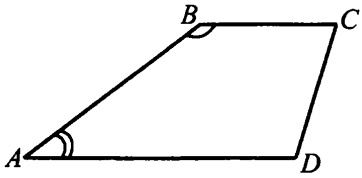
Равнобедренная трапеция



Прямоугольная трапеция

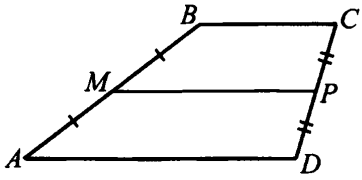
1°. В трапеции сумма углов при боковой стороне равна 180°.

$ABCD$ — трапеция $\Longrightarrow \angle A + \angle B = 180°$, $\angle C + \angle D = 180°$.



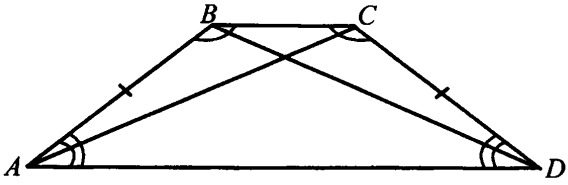
2°. В трапеции средняя линия равна полусумме оснований и параллельна им.

$ABCD$ — трапеция, MP — средняя линия $\Longrightarrow MP \parallel BC \parallel AD$, $MP = \dfrac{BC + AD}{2}$.



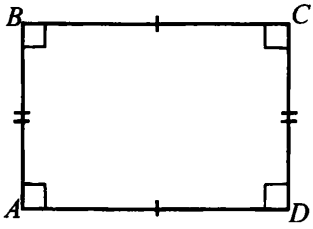
3°. В равнобедренной трапеции углы при основании равны и диагонали равны.

$ABCD$ — трапеция, $BA = CD \Longrightarrow \angle B = \angle C$; $\angle A = \angle D$, $AC = BD$.



Прямоугольник

Определение. Прямоугольником называется параллелограмм, у которого все углы прямые.



Свойство прямоугольника

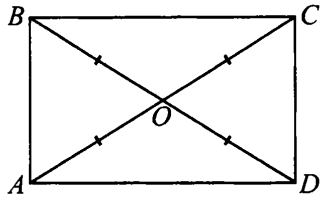
Диагонали прямоугольника равны.

$ABCD$ — прямоугольник, AC и BD — диагонали, $AC = BD$, $BO = OD = OC = AO$.

Признак прямоугольника

Если в параллелограмме диагонали равны, то этот параллелограмм — прямоугольник.

$ABCD$ — параллелограмм, AC и BD — диагонали, $AC = BD \Longrightarrow ABCD$ — прямоугольник.



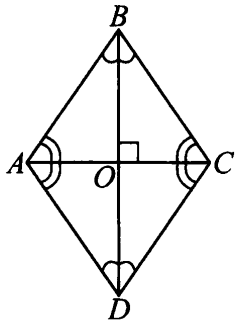
Ромб

Определение. Ромбом называется параллелограмм, у которого все стороны равны.

Свойство ромба

Диагонали ромба взаимно перпендикулярны и делят его углы пополам.

$ABCD$—ромб, AC и BD—диагонали $\Longrightarrow AC \perp BD$, $\angle ABD = \angle CDB$, $\angle BCA = \angle DCA$, $\angle CDB = \angle ADB$, $\angle DAC = \angle BAC$.



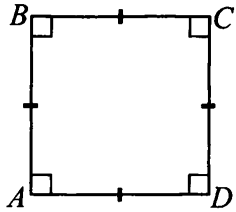
Квадрат

Определение. Квадратом называется прямоугольник, у которого все стороны равны.

Основные свойства квадрата

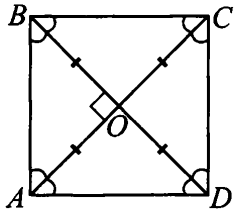
1°. Все углы квадрата прямые.

$ABCD$— квадрат $\Longrightarrow \angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90°$.



2°. Диагонали квадрата равны, взаимно перпендикулярны, точкой пересечения делятся пополам и делят углы квадрата пополам.

$ABCD$ — квадрат, AC и BD — диагонали $\Longrightarrow AC \perp BD$, $\angle ABD = \angle CDB = \angle BCA = \angle DCA = \angle CBD = \angle ADB = \angle DAC = \angle BAC = 45°$.

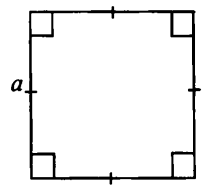
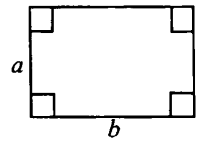
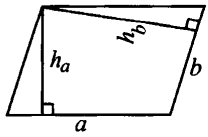
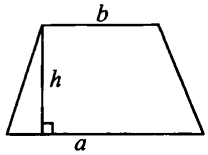


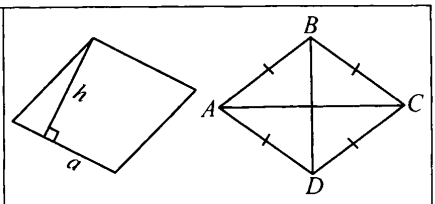
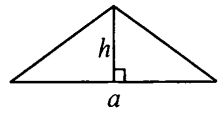
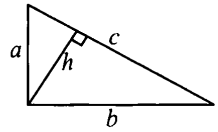
Свойства площадей

1°. Равные фигуры имеют равные площади.

2°. Если фигура состоит из нескольких фигур, то её площадь равна сумме площадей этих фигур.

Формулы площади

квадрат	$S = a^2$	
прямоугольник	$S = ab$	
параллелограмм	$S = ah_a = bh_b$	
трапеция	$S = \dfrac{a+b}{2} \cdot h$	

ромб	$S = ah$, $S = \frac{1}{2}AC \cdot BD$	
треугольник	$S = \frac{1}{2}ah$	
прямоугольный треугольник	$S = \frac{ab}{2}$, $S = \frac{ch}{2}$	

1°. Площадь квадрата равна квадрату его стороны.

2°. Площадь прямоугольника равна произведению его сторон.

3°. Площадь параллелограмма равна произведению основания на высоту, проведённую к этому основанию.

4°. Площадь трапеции равна произведению полусуммы её оснований на высоту.

5°. Площадь ромба равна половине произведения его диагоналей.

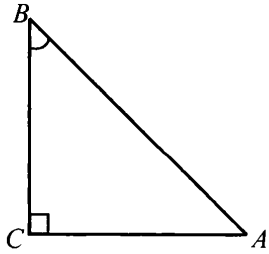
6°. Площадь треугольника равна половине произведения его основания на высоту.

7°. Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения катетов.

8°. Площадь описанного многоугольника равна половине произведения его периметра на радиус вписанной окружности.

Прямоугольный треугольник

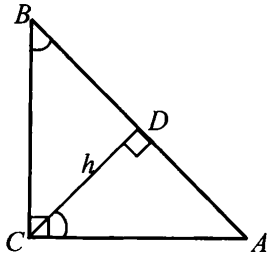
$\angle C = 90°$, CB и AC —катеты, BA —гипотенуза.



Свойства прямоугольного треугольника

1°. Сумма острых углов равна 90°.

2°. Произведение катетов равно произведению гипотенузы на высоту.



$\triangle ABC, \angle C = 90°, CD$ —высота $\Longrightarrow CB \cdot CA = BA \cdot CD$.

3°. Теорема Пифагора. Сумма квадратов катетов равна квадрату гипотенузы.

$\triangle ABC, BA^2 = CB^2 + AC^2$.

4°. Теорема, обратная теореме Пифагора. Если квадрат одной стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон, то треугольник прямоугольный.

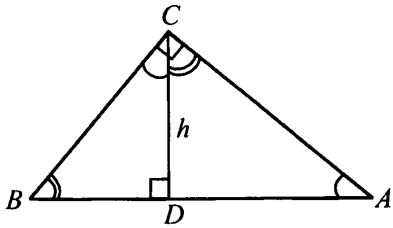
$\triangle ABC, CB^2 + AC^2 = BA^2 \Longrightarrow \angle C = 90°$.

5°. Высота прямоугольного треугольника, проведённая из вершины прямого угла, разделяет треугольник на два подобных треугольника, каждый из которых подобен данному треугольнику.

$\triangle ABC$, $\angle C = 90°$, $CD \perp BA \Longrightarrow \triangle ACD \sim \triangle CBD$; $\triangle ACD \sim \triangle ABC$; $\triangle BCD \sim \triangle BAC$.

Пропорциональные отрезки в прямоугольном треугольнике

Определение. Отрезки, на которые высота, проведённая из прямого угла, делит гипотенузу, называются проекциями катетов на гипотенузу.



$\triangle ABC, \angle C = 90°, CD \perp BA \Longrightarrow BD$ и DA — проекции катетов на гипотенузу.

Определение. x называется средним геометрическим (или средним пропорциональным) чисел y и z, если $x^2 = yz$.

1°. В прямоугольном треугольнике высота, проведённая к гипотенузе, является средним пропорциональным проекций катетов на гипотенузу.

$\triangle ABC, \angle C = 90°, CD \perp BA \Longrightarrow CD^2 = DB \cdot AD$.

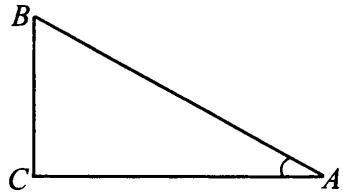
2°. Катет является средним пропорциональным между гипотенузой и проекцией этого катета на гипотенузу.

$\triangle ABC, \angle C = 90°, CD$ — высота $\Longrightarrow AC^2 = AB \cdot AD$.

Соотношение между сторонами и углами прямоугольного треугольника

Определение. Синусом острого угла прямоугольного треугольника называют отношение противолежащего катета к гипотенузе.

$\triangle ABC, \angle C = 90°, \sin A = \dfrac{BC}{AB}.$



Определение. Косинусом острого угла прямоугольного треугольника называют отношение прилежащего катета к гипотенузе.

$\triangle ABC, \angle C = 90°, \cos A = \dfrac{CA}{AB}.$

Определение. Тангенсом острого угла прямоугольного треугольника называют отношение противолежащего катета к прилежащему.

$\triangle ABC, \angle C = 90°, \operatorname{tg} A = \dfrac{BC}{CA}.$

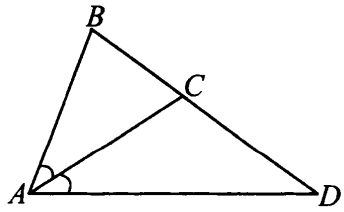
Основное тригонометрическое тождество $\sin^2 A + \cos^2 A = 1.$

Подобие

Пропорциональные отрезки

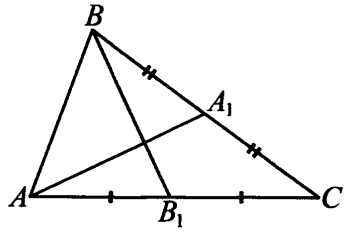
Определение. Отрезки называют пропорциональными, если отношения их длин равны. Отрезки AB и CD пропорциональны отрезкам MP и TK, если $\dfrac{AB}{MP} = \dfrac{CD}{TK}.$

1°. Биссектриса угла треугольника делит сторону на отрезки, пропорциональные прилежащим сторонам.



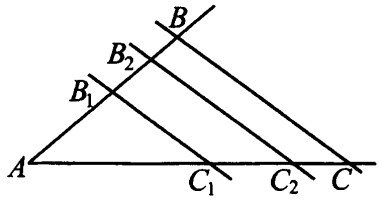
$\triangle ABC$, AC — биссектриса $\Longrightarrow \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{AD}{CD}.$

2°. Медианы треугольников пересекаются в одной точке и точкой пересечения делятся в отношении 2 : 1, считая от вершины.



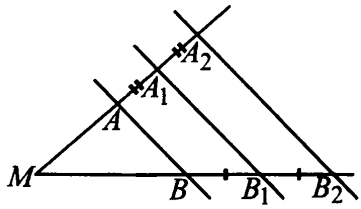
$\triangle ABC$, AA_1 и BB_1 — медианы $\Longrightarrow \dfrac{BM}{MB_1} = \dfrac{AM}{MA_1} = \dfrac{2}{1}$.

3°. Параллельные прямые высекают на сторонах угла пропорциональные отрезки.



$BC \parallel B_1C_1 \parallel B_2C_2 \Longrightarrow \dfrac{AB}{AC} = \dfrac{BB_1}{CC_1} = \dfrac{B_1B_2}{C_1C_2}$.

4°. Теорема Фалеса. Если на одной стороне угла отложить равные отрезки и через их концы провести параллельные прямые, пересекающие вторую сторону угла, то на второй стороне угла отложатся также равные отрезки.



$AB \parallel A_1B_1 \parallel A_2B_2$; $AA_1 = A_1A_2 \Longrightarrow BB_1 = B_1B_2$.

Подобные треугольники

Определение. Треугольники называют подобными, если их углы равны, а стороны, лежащие против равных углов, пропорциональны.

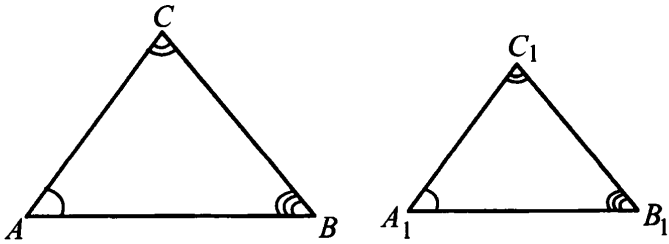


Рис. 122.

$$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1 \Longleftrightarrow \angle A = \angle A_1, \angle B = \angle B_1, \angle C = \angle C_1, \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = \frac{BC}{B_1C_1}.$$

Определение. Отношение сторон, лежащих против равных углов, называют коэффициентом подобия.

$$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1, \frac{AB}{A_1B_1} = k.$$

Свойства подобных треугольников

1°. Отношение периметров подобных треугольников равно коэффициенту подобия.

$$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1, \frac{AB}{A_1B_1} = k \Longrightarrow \frac{P_{ABC}}{P_{A_1B_1C_1}} = k.$$

2°. Отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия.

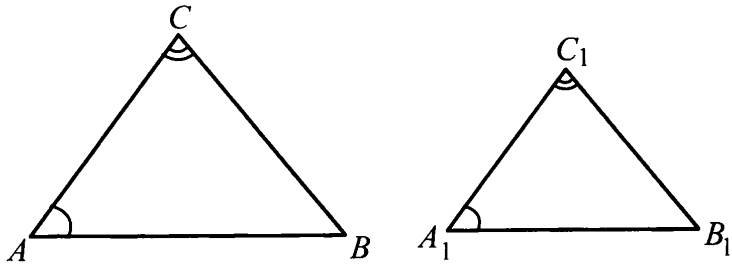
$$\frac{AB}{A_1B_1} = k \Longrightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = k^2.$$

3°. Отношение высот, медиан, биссектрис подобных треугольников, проведённых из равных углов, равно коэффициенту подобия.

Признаки подобия треугольников

1°. Если два угла треугольника соответственно равны двум углам другого треугольника, то эти треугольники подобны.

$$\angle A = \angle A_1, \angle B = \angle B_1 \Longrightarrow \triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1.$$



2°. Если стороны одного треугольника пропорциональны трём сторонам другого треугольника, то такие треугольники подобны.

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1} \Longrightarrow \triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1.$$

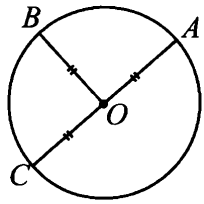
3°. Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника, а углы, заключенные между этими сторонами, равны, то эти треугольники подобны.

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1}; \angle A = \angle A_1 \Longrightarrow \triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1 .$$

Окружность

Окружность — это множество точек плоскости, расположенных на одинаковом расстоянии от данной точки (центра).

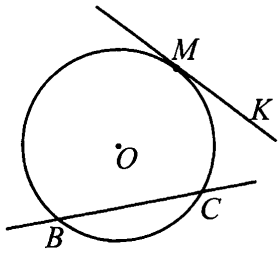
Определение. Отрезок, соединяющий центр окружности с любой точкой окружности, называется радиусом.



Два радиуса, лежащие на одной прямой, образуют диаметр.

Дана окружность с центром в точке O. $OB = OA = OC = R$ — радиусы, CA — диаметр.

Определение. Прямая, имеющая с окружностью только одну общую точку, называется касательной. MK — касательная.



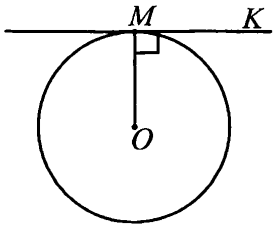
Определение. Прямая, имеющая с окружностью две общие точки, называется секущей. BC — секущая.

Свойства касательных и секущих

1°. Расстояние от центра окружности до касательной равно радиусу.

2°. Касательная перпендикулярна радиусу, проведённому в точку касания.

Окружность с центром O, M — точка касания $\Longrightarrow OM = R, OM \perp MK$.

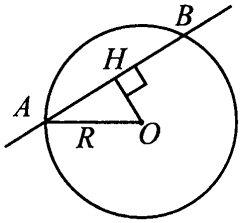


3°. Если прямая перпендикулярна радиусу и проходит через конец этого радиуса, лежащий на окружности, то она является касательной.

Окружность с центром O, OM — радиус, $MK \perp OM \Longrightarrow MK$ — касательная.

4°. Расстояние от центра окружности до секущей меньше радиуса.

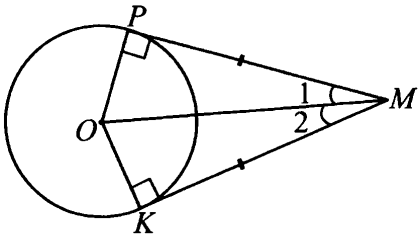
Окружность с центром O, R — радиус, AB — секущая, $OH \perp AB \Longrightarrow OH < R$.



5°. Если расстояние от центра окружности до прямой меньше радиуса, то эта прямая — секущая. Если расстояние больше радиуса, то эта прямая не имеет с окружностью общих точек.

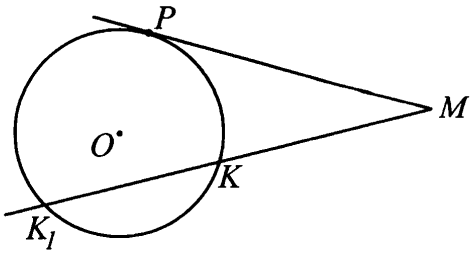
6°. Отрезки касательных к окружности, проведённые из одной точки, равны и составляют равные углы с прямой, проходящей через центр окружности и эту общую точку.

Окружность с центром O, MP и MK — касательные, K и P — точки касания $\Longrightarrow MP = MK, \angle 1 = \angle 2, OP^2 + PM^2 = OM^2$.



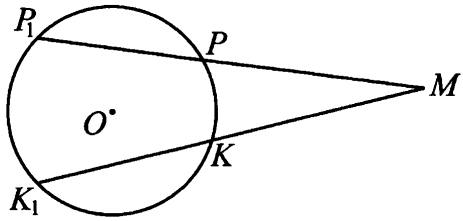
7°. Если касательная пересекается с секущей, то квадрат отрезка касательной равен произведению расстояний от общей точки до точек пересечения секущей с окружностью.

Окружность с центром O, MK — секущая, MP — касательная, P — точка касания $\Longrightarrow MP^2 = MK \cdot MK_1$.



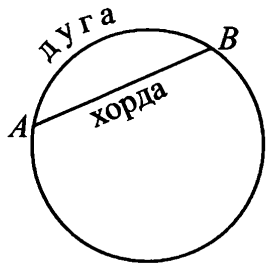
8°. Произведение всей секущей на её внешнюю часть для данной точки и данной окружности постоянно.

Секущие MP и $MK \Longrightarrow MP \cdot MP_1 = MK \cdot MK_1$.



Определение. Хорда — это отрезок, концы которого лежат на окружности.

AB — хорда, $\smile AB$ — дуга.

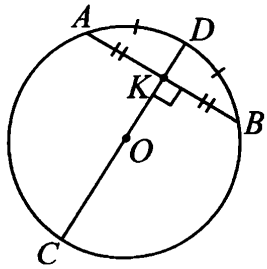


Определение. Дуга — это часть окружности, соединяющая две точки окружности.

Свойства хорд и дуг

1°. Диаметр, перпендикулярный хорде, делит хорду и стягивающую её дугу пополам.

Окружность с центром O, CD — диаметр, AB — хорда, $AB \perp CD \Longrightarrow AK = KB, \smile AD = \smile DB$.

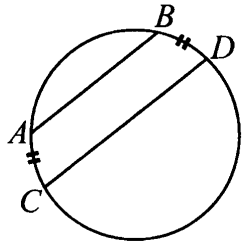


2°. Серединный перпендикуляр к хорде проходит через центр окружности.

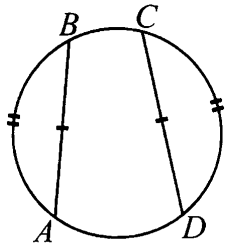
Окружность с центром в точке O, AB — хорда, $AB \perp CD$, $AB \cap CD = K$, $AK = KB \Longrightarrow O \in CD$.

3°. Дуги окружности, заключенные между параллельными хордами, равны.

AB и CD — хорды. $AB \parallel CD \Longleftrightarrow \breve{AC} = \breve{BD}$.

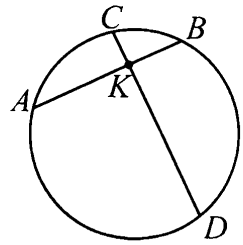


4°. Равные хорды стягивают равные дуги (верно и обратное утверждение).



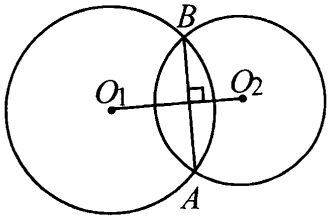
AB и CD — хорды, $AB = CD \Longleftrightarrow \overset{\smile}{AB}=\overset{\smile}{CD}$.

5°. Если две хорды окружности пересекаются, то произведения отрезков хорд равны.



CD, BA — хорды, K — точка их пересечения $\Longrightarrow CK \cdot KD = AK \cdot KB$.

6°. Общая хорда пересекающихся окружностей перпендикулярна прямой, содержащей центры этих окружностей.

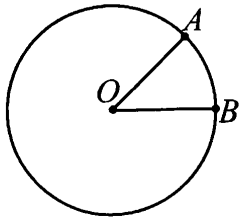


O_1 и O_2 — центры окружностей, A и B — точки их пересечения $\Longrightarrow AB \perp O_1O_2$.

Углы, связанные с окружностью

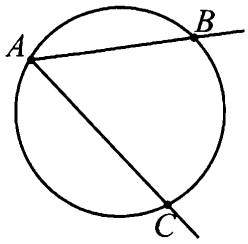
Определение. Угол с вершиной в центре окружности называется центральным углом.

O — центр окружности, $\angle AOB$ — центральный угол, опирающийся на дугу BC.



Определение. Угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают окружность, называется вписанным углом.

Точки A, B, C лежат на окружности $\Longrightarrow \angle BAC$ — вписанный угол, опирающийся на дугу BC.



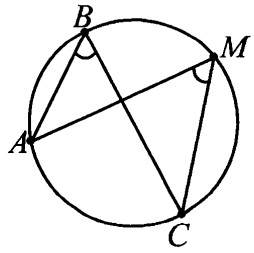
1°. Центральный угол равен величине дуги, на которую он опирается.

O — центр окружности, A и B лежат на окружности. $\angle AOB = \smile AB$.

2°. Вписанный угол равен половине угловой величины дуги, на которую он опирается.

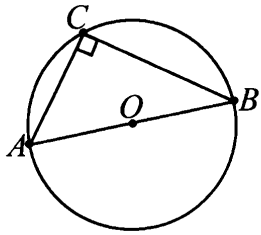
$\angle BAC = \frac{1}{2} \smile BC$.

3°. Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны.

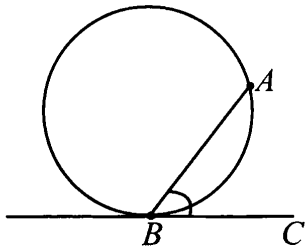


A, B, M, C лежат на окружности. $\angle ABC = \angle AMC$.

4°. Вписанный угол, опирающийся на полуокружность (на диаметр), равен 90°.

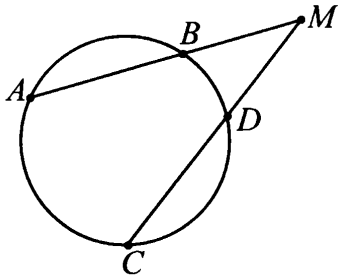


5°. Угол между касательной и хордой равен половине угловой величины дуги, заключенной между ними.



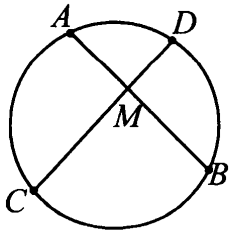
BA — хорда, BC — касательная $\Longrightarrow \angle ABC = \frac{1}{2}\,\breve{AB}$.

6°. Угол между двумя секущими, пересекающимися вне круга, равен полуразности дуг, высекаемых секущими на окружности.



$\angle M = \dfrac{\breve{AC} - \breve{BD}}{2}$.

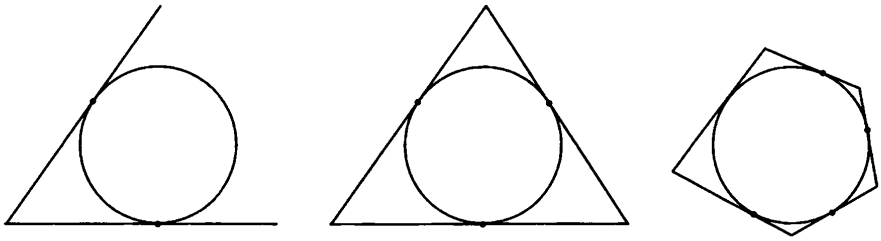
7°. Угол между пересекающимися хордами равен полусумме противоположных дуг, высекаемых хордами.



AB и CD — хорды, $\angle AMD = \dfrac{\breve{AD} + \breve{CB}}{2}$.

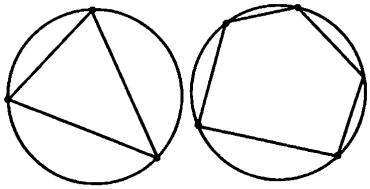
Описанные и вписанные окружности

Определение. Окружность называют вписанной (например, в угол, в треугольник, в многоугольник), если она касается всех его сторон.



вписанные окружности

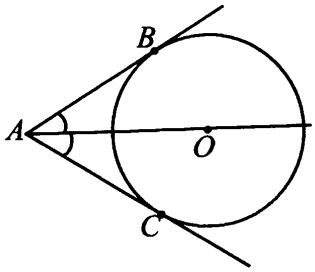
Определение. Окружность называют описанной вокруг многоугольника, если все его вершины лежат на этой окружности.



описанные окружности

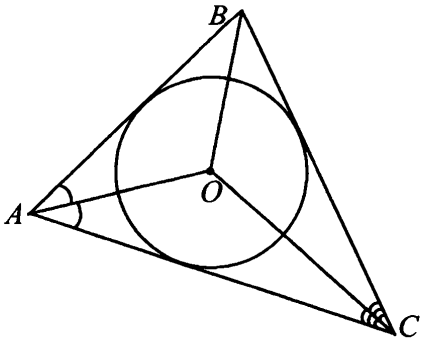
Свойства

1°. Центр вписанной в угол окружности лежит на биссектрисе угла.



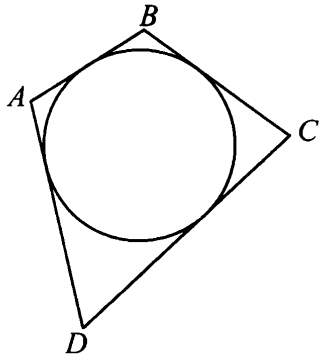
Окружность с центром O вписана в угол $BAC \Longrightarrow \angle BAO = \angle CAO$.

2°. Центр вписанной в треугольник окружности лежит в точке пересечения его биссектрис.



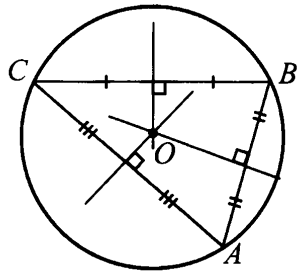
В $\triangle ABC$ O — центр вписанной окружности $\Longrightarrow$ BO, CO, AO — биссектрисы углов $\triangle ABC$.

3°. Если в четырёхугольник можно вписать окружность, то суммы его противоположных сторон равны.



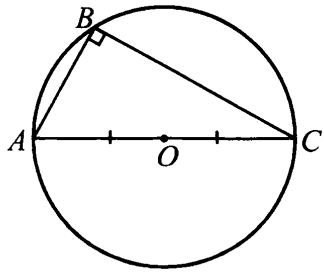
Окружность вписана в четырёхугольник $ABCD \Longrightarrow AD + BC = AB + DC$.

4°. Центр описанной окружности треугольника — точка пересечения серединных перпендикуляров к его сторонам.



$\triangle ABC$ вписан в окружность, O — центр.

5°. Центр окружности, описанной около прямоугольного треугольника, лежит в середине гипотенузы.

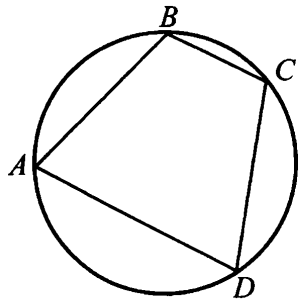


$\triangle ABC$ вписан в окружность, $\angle B = 90° \Longrightarrow AO = OC = OB$. $O \in AC$.

6°. Центры вписанной и описанной окружностей правильного треугольника совпадают.

7°. Четырёхугольник вписан в окружность тогда и только тогда, когда суммы его противоположных углов равны 180°.

$ABCD$ вписан в окружность $\Leftrightarrow$ $\angle B + \angle D = \angle A + \angle C = 180°$.



Ответы к итоговым работам по темам

Ответы к итоговой работе по теме «Многоугольники»

№	1	2	3	4	5	6	7	9
1	1	1	4	4	2	10	135	3; 2; 3
2	1	2	2	2	1	$\angle A = 56°$, $\angle C = 136°$	235	30
3	1	2	4	4	3	72°	15	BC; 12, 4

Ответы к итоговой работе по теме «Площадь»

№	1	2	3	4	5	6	7	9
1	4	3	1	1	2	56	135	43,2
2	3	2	1	2	2	14	135	81
3	1	2	1	1	4	12	1345	60

Ответы к итоговой работе по теме «Подобие»

№	1	2	3	4	5	6	7	9
1	2	2	3	1	3	9; 15	135	40
2	1	2	1	3	4	36; 51	134	75
3	2	1	1	1	3	156,25	235	0,875

Ответы к итоговой работе по теме «Окружность»

№	1	2	3	4	5	6	7	9
1	1	3	3	1	2	8π	135	$6\sqrt{5}$
2	3	2	2	2	1	12π	234	6
3	3	2	3	2	4	5	125	4

Ответы к итоговой работе для промежуточной аттестации

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	58	20	137°; 23°	75	$4\sqrt{3}$	14	да	12	45	8
3	6; 11	66	60	60	$2\sqrt{3}$	12	6	12	26	100°; 40°; 40°
4	26	40	5	42	13	121:169	36	0,6	15	8
5	55; 125; 125	93; 87; 93	6	112	8	24	да	18	10	5
6	134; 46	143	134; 46; 134	0,64	11	40	96	8	$8\sqrt{2}$	24
7	6; 9	$12\sqrt{3}$	39	60	10	288	4	$6\sqrt{21}$	$3\sqrt{6}$	15 и 6
8	3; 9	$8\sqrt{2}$	28	120	16	1024	1,2	6	$3\sqrt{5}$	10 и 7

ГИА-9

Учебное издание

Под редакцией Ф. Ф. Лысенко, С. Ю. Кулабухова

ГЕОМЕТРИЯ. 8 КЛАСС. САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ РАБОТЫ. ТЕМАТИЧЕСКИЕ ТЕСТЫ. ТЕСТЫ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ. РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ

Обложка *А. Вартанов*
Компьютерная верстка *Г. Безуглова*
Корректор *М. Федорова*

Налоговая льгота: издание соответствует коду 95 3000 ОК 005-93 (ОКП)

Подписано в печать 24.09.2012.
Формат 70x100 $^{1}/_{16}$. Бумага офсетная.
Гарнитура Таймс. Печать офсетная. Усл. печ. л. 11,61.
Доп. тираж 5000 экз. Заказ № 1480.

Издательство ООО «Легион» включено в перечень организаций, осуществляющих издание учебных пособий, которые допускаются к использованию в образовательном процессе в имеющих государственную аккредитацию и реализующих образовательные программы общего образования образовательных учреждениях. Приказ Минобрнауки России № 729 от 14.12.2009, зарегистрирован в Минюст России 15.01.2010 № 15987.

ООО «ЛЕГИОН»
Для писем: 344000, г. Ростов-на-Дону, а/я 550.
Адрес редакции: 344011, г. Ростов-на-Дону, пер. Доломановский, 55.
www.legionr.ru e-mail: legionrus@legionrus.com

Отпечатано в ОАО «Первая Образцовая типография»
Филиал «Чеховский Печатный Двор»
142300, Московская область, г. Чехов, ул. Полиграфистов, д. 1
Сайт: www.chpk.ru. E-mail: marketing@chpk.ru
факс 8(496) 726-54-10, тел. 8(495) 988-63-87